Вестник Московского университета

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Основан в ноябре 1946 г.

Серия 3. **ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ**

№ 2 • 2013 • МАРТ–АПРЕЛЬ

Издательство Московского университета

Выходит один раз в два месяца

СОДЕРЖАНИЕ

ҧqdbyeY bƎ dedƎbYse b ecaoca Jqdbyqyè

Физика конденсированного состояния вещества

Химическая физика, физическая кинетика и физика плазмы

Биофизика и медицинская физика

Астрономия, астрофизика и космология

ŋqdqAeY bƎ deqƎbYзe b eacpcA Јqqqyqȝ

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Обобщенные гидродинамические уравнения в модели твердых сфер

В. И. Иноземцев[a], И. И. Масленников[b]

Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра квантовой статистики и теории поля. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
E-mail: [a] nginozv@mail.ru, [b] ilyamaslennikov@mail.ru

Статья поступила 20.11.2012, подписана в печать 30.11.2012.

Рассмотрены обобщенные гидродинамические уравнения в модели твердых сфер на основе сформулированного Н. Н. Боголюбовым приближенного подхода к анализу коллективных взаимодействий. Показано, что обобщенная матрица коэффициентов переноса не является самосопряженной при учете конечных размеров области двухчастичного взаимодействия.

Ключевые слова: кинетические уравнения, уравнения гидродинамики, модель твердых сфер, коэффициенты переноса.

УДК: 533.7. PACS: 51.10.+y; 05.20.–y; 05.20.Dd.

Введение

Построение гидродинамических уравнений, позволяющих исследовать макроскопические характеристики неравновесных систем произвольной плотности — одна из важных задач статистической механики. Классический подход к решению проблемы, основанный на рассмотрении нелокальных кинетических уравнений, не учитывающий коллективных взаимодействий частиц в системе, приводит к расходящимся выражениям при попытках построения уравнений гидродинамики в рамках метода Чепмена–Энскога [1–4]. Дисперсионная зависимость скорости распространения гидродинамических возмущений от волнового вектора не является аналитической [5] вследствие нелокальных свойств исходных кинетических уравнений. Как показал Н. Н. Боголюбов [1], кинетические уравнения такого класса могут быть получены в рамках приближений, аналогичных используемым в теории плазмы, и отметил, что им соответствуют нелинейные нелокальные уравнения гидродинамики. В данной работе мы ограничимся анализом круга вопросов, связанных с построением линеаризованных нелокальных гидродинамических уравнений в модели твердых сфер. Ранее [6] было показано, что для модели твердых сфер оператор, определяющий скорость распространения гидродинамических возмущений, является неэрмитовым в соответствии с результатами [7]. Здесь на основе предложенного Н.Н. Боголюбовым метода мы рассмотрим свойства матрицы обобщенных коэффициентов переноса и исследуем ее особенности, возникающие при учете конечных размеров области взаимодействия.

1. Линеаризованное кинетическое уравнение в модели твердых сфер

Будем исходить, следуя [1, 5], из цепочки уравнений ББГКИ для функций распределения в модели твердых сфер в форме [8]

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\phi_0(1)\right]F_1(t;1)=n\int \mathrm{d}\boldsymbol{x}_2\widehat{T}_{12}F_2(t;1,2),$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t}+\zeta_0(1,2)\right]F_2(t;1,2)= \qquad (1)$$
$$=n\int \mathrm{d}\boldsymbol{x}_3\left[\widehat{T}_{13}+\widehat{T}_{23}\right]F_3(t;1,2,3),$$
$$\ldots,$$

где $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{r},\boldsymbol{v})$; $\phi_0(1)=\boldsymbol{v}_1\frac{\partial}{\partial \boldsymbol{r}_1}$; $\phi_0(i,j)=\phi_0(i)+\phi_0(j)$; n — плотность числа частиц;

$$\widehat{T}_{ij}=a^2\int\limits_{(\boldsymbol{v}_j-\boldsymbol{v}_i)\boldsymbol{\sigma}\geqslant 0}\mathrm{d}\boldsymbol{\sigma}\left[(\boldsymbol{v}_j-\boldsymbol{v}_i)\boldsymbol{\sigma}\right]\times$$
$$\times\left[\delta(\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j-a\boldsymbol{\sigma})\widehat{b}_{\boldsymbol{\sigma}}-\delta(\boldsymbol{r}_i-\boldsymbol{r}_j+a\boldsymbol{\sigma})\right],$$

a — диаметр сферы; $\boldsymbol{\sigma}$ — единичный вектор; $\widehat{b}_{\boldsymbol{\sigma}}$ — оператор замены скоростей $\boldsymbol{v}_j$, $\boldsymbol{v}_i$ на $\left[\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)\boldsymbol{\sigma}\right]$, $\left[\boldsymbol{v}_j+\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{v}_i-\boldsymbol{v}_j)\boldsymbol{\sigma}\right]$ соответственно.

Используя фундаментальное условие ослабления корреляций [9], представим функции распределения в уравнениях (1) в виде

$$F_2(t;1,2)=F_1(t;1)F_1(t;2)+G_2(t;1,2);$$
$$F_3(t;1,2,3)=F_1(t;1)F_1(t;2)F_1(t;3)+$$
$$+\sum_{i\neq j\neq k}F_1(t;i)G_2(t;j,k)+G_3(t;1,2,3),$$
$$\ldots$$

Отметим, что обрыв цепочки (1) в предположении $G_2=0$ приводит к хорошо известному уравнению Больцмана–Энскога. Приближенное кинетическое уравнение для F_1, учитывающее коллективные взаимодействия, можно получить, согласно [1], при обрыве цепочки (1) посредством предположения $G_3=0$ и сохранения корреляционных функций G_2.

В дальнейшем будем предполагать, что состояние системы близко к равновесному, и представим функции F_1 и G_2 в форме

$$F_1=f_0(\boldsymbol{v}_1)(1+\Psi_1(t;1));$$
$$G_2(t;1,2)=f_0(\boldsymbol{v}_1)f_0(\boldsymbol{v}_2)\Psi_2(t;1,2) \qquad (2)$$