

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

В.Н. Груздев

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ  
В ГЕОФИЗИКЕ**

Практикум для вузов

Издательско-полиграфический центр  
Воронежского государственного университета  
2009

На геологическом факультете ВГУ для студентов 2 курса дневного отделения специализации «Геофизика» по дисциплине «Математические уравнения в геофизике» в соответствии с федеральным стандартом и утвержденной учебной программой даются общие сведения по математическим уравнениям, используемым в теоретических обоснованиях геофизических методов разведки.

Данное методическое пособие содержит задания к лабораторным работам по математическим уравнениям с использованием системы компьютерной математики MathCad, и излагается порядок их выполнения.

### **Лабораторная работа 1 (3 часа)**

#### *Основные операции в системе MathCad*

“ – одна двойная кавычка – для ввода текстового комментария.

/ – знак деления.

\ – для ввода корня квадратного.

= – оператор вывода (или оператор первого присваивания).

^ – возведение в степень.

. – точка используется как разделитель целой и дробной части в десятичных числах.

\* – знак умножения.

cos(5.0) – вычисление косинуса.

sin(5.0) – вычисление синуса.

: – вводится стандартный оператор присваивания :=.

Для изменения точности представления десятичных чисел подвести указатель курсора к числу и дважды щелкнуть левой кнопкой мыши. Появится окно форматирования чисел «Формат результата».

+ – оператор суммы.

& – для ввода шаблона определенного интеграла.

# – для ввода знака произведения ряда.

asin(0.5) – вычисление arcsin(0.5).

ln(5) – вычисление ln5.

In(2,.5) – вычисление функции Бесселя.

; – проставляет двоеточие ..

2 + 3i – запись комплексных чисел.

n := 1..5 – запись ранжированных переменных (переменная n будет представлять целые числа от 1 до 5 с шагом 1. Доступ к каждому значению отдельно отсутствует.

m := 1, 1.25 .. 2 – запись ранжированной переменной со значениями 1, 1.25, 1.50, 1.75 и 2 (шаг равен 0.25).

ORIGIN := 1 – индексы элементов массива будут начинаться с 1, по умолчанию – с 0.

Если решение при символьных вычислениях очень сложное, то оно (по запросу системы) может быть помещено в буфер обмена для дальнейшей оценки его пользователем.

С выделенными выражениями допустимы следующие операции:

1. Evaluate (*Выполнить – вычисление*) – преобразование выражения с выбором в подменю вида преобразования.

2. Simplify (*Упрощение*) – упрощение выражения с выполнением таких операций как приведение подобных слагаемых, приведение дробей к общему знаменателю, использование основных тригонометрических тождеств и т. д.

3. Expand (*Расширить или разложить по степеням*) – раскрыть выражение.

4. Factor (*Фактор – разложить на множители*) – разложить число или выражение на множители.

5. Collect (*Собрать – разложить по подвыражениям*) – собрать слагаемые, подобные выделенному выражению, которое может быть отдельной переменной или функцией со своим аргументом, при этом результатом будет выражение, полиномиальное относительно выбранного.

6. Polynomial Coefficients (*многономиальные коэффициенты – полиномиальные коэффициенты*) – найти коэффициенты полинома по заданной переменной.

С выделенными переменными допустимы следующие символьные операции:

Используется подменю Variable (*Переменная*) меню *Символика*.

1. Solve (*Разрешить*) – решить уравнение или неравенство относительно выделенной переменной.

2. Substitute (*Подставить*) – заменить указанную переменную содержимым буфера обмена, т. е. сделать подстановку.

3. Differentiate (*Дифференцировать*) – дифференцировать все выражение, содержащее выделенную переменную, по отношению к этой переменной.

4. Integrate (*Интегрировать*) – интегрировать все выражение, содержащее выделенную переменную, по этой переменной.

5. Expand to Series (*Расширить в серию – разложить в ряд*) – найти несколько членов разложения выражения в ряд Тейлора, относительно выделенной переменной.

6. Convert to Partial Fraction (*Обратить в частичную дробь – разложить на элементарные дроби*) – разложить на элементарные дроби выражение, которое рассматривается как рациональная дробь, относительно выделенной переменной.

Символьные операции с выделенными матрицами:

Используется подменю Matrix (*Матрица*) меню *Символика*.

1. Transpose (*Переместить – транспонировать*) – получить транспонированную матрицу.

2. Invert (*Инверсировать – обратить*) – получить обратную матрицу.
3. Determinant (*Детерминант – определитель*) – вычислить детерминант (определитель) матрицы.

#### Символьные операции интегральных преобразований

Используется подменю Nransform (*Трансформация – преобразование*) меню *Символика*.

1. Fourier (*Фурье – преобразование Фурье*) – выполняется прямое преобразование Фурье относительно выделенной переменной.

2. Inverse Fourier (*Инверсное Фурье – обратное преобразование Фурье*) – выполняется обратное преобразование Фурье относительно выделенной переменной.

3. Laplace (*Лапласа – преобразование Лапласа*) – выполняется прямое преобразование Лапласа относительно выделенной переменной.

4. Inverse Laplace (*Инверсия Лапласа – обратное преобразование Лапласа*) – выполняется обратное преобразование Лапласа относительно выделенной переменной.

5. Z (*Z – преобразование*) – выполняется прямое Z преобразование выражения относительно выделенной переменной.

6. Inverse Z (*Инверсная Z – обратное Z преобразование*) – выполняется обратное Z преобразование относительно выделенной переменной.

#### Выделение объектов символьных операций

Возможны два вида выделений выражений:

1. Выделение выражений пунктирной линией. Для этого необходимо или установить указатель мыши (крестик) на нужный объект, нажать клавишу Ctrl или Shift и щелкнуть левой кнопкой мыши, или заключить объекты в рамку выделения и отпустить кнопку мыши.

Выделение объектов пунктирной линией используется для перетаскивания объектов в окне документа. Нажатие клавиши F3 ведет к переносу выделенных объектов в буфер обмена с удалением их из документа, а нажатие клавиши F4 – к вставке выражения из буфера обмена на место, указанное курсором.

2. Для выполнения операций символьным процессором нужно выделить выражение сплошной синей линией. Для выделения переменных в выражении нужно установить указатель мыши после этой переменной и щелкнуть левой кнопкой мыши. Переменная будет помечена синим уголком, расположенным следом за переменной. Перемещая указатель мыши над объектом при нажатой левой кнопке, можно выделить отдельные части выражения или выражение целиком. Для выделения частей выражения можно использовать клавиши перемещения курсора при нажатой клавише Shift.

#### Команды подменю Evaluate (*Выполнить – вычисление*):

1. Symbolically (*Символически – Shift + F9*) – выполняются символические вычисления выражения.

2. Floating (*Плавающая точка*) – выполняются арифметические операции в выражении, результат которых может быть представлен в форме числа с плавающей точкой.

3. Complex (*Комплексно*) – при выполнении вычислений результаты представляются в комплексном виде.

### Задание 1. Символическое вычисление выражения

Команда *Символика – Вычисление – Символически* обеспечивает обработку математических выражений, содержащих строенные в систему функции. Выражение может быть представлено в полиномиальном виде, дробно-рациональном виде, в виде сумм, произведения, производных, интегралов, матриц с символьными элементами.

Например,

Исходное выражение	Результат операции
$\sin(\frac{\pi}{2}) + \sin(1)$	$1 + \sin(1)$
$\text{asin}(2)$	$\text{asin}(2)$
$\text{asin}(2)$	$\frac{1}{2} \cdot \pi - i \cdot \ln(2 + \sqrt{3})$
$\sum_n n^2$	$\frac{1}{3} \cdot n^3 - \frac{1}{2} \cdot n^2 + \frac{1}{6} \cdot n$
$\frac{d}{dx} \sin(x)$	$\cos(x)$
$\int_0^x \frac{\sin(t)}{t} dt$	$\text{Si}(x)$
$\int \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx$	$-\ln(\cos(x))$
$(2 \cdot 8 + 4)/(6 - 2)$	$5$
$\text{asin}(0.5)$	$0.524$
$\sqrt{-5}$	$i \cdot 5^{1/2}$

### Задание 2. Упрощение математических выражений

Команда *Символика – Упрощение* обеспечивает упрощение математических выражений, содержащих алгебраические и тригонометрические функции, а также выражения со степенными многочленами.

Например,

Исходное выражение	Результат операции
$\sin(x)^2 + \cos(x)^2$	$1$
$\frac{(a^2 - b^2)}{[(a + b) \cdot (a - b)]}$	$1$