

## ВВЕДЕНИЕ

Методическая разработка знакомит студентов магистратуры КГТУ с основными понятиями функционального анализа, как естественного обобщения математического анализа, когда вместо числовой переменной используются переменные более сложной структуры – многокомпонентные вектора, матрицы и другие функции и операторы от них.

Методическая разработка предназначена студентам магистратуры КГТУ. Она будет полезна им при изучении операторов квантовой химии.

### 1. Банаховы пространства

Множество  $L$  элементов  $x, y, z, \dots$  некоторой природы называется линейным пространством, если для элементов пространства определены операции сложения и умножения на вещественное число, подчиненные обычным законам алгебры, установленными для сложения и умножения чисел.

Линейное пространство называется нормированным, когда для каждого элемента  $x$  пространства определено неотрицательное число  $\|x\|$ , называемое нормой, обладающее свойствами длины вектора. С помощью норм вводится расстояние между элементами и, следовательно, наличие нормы позволяет определить сходимость последовательности элементов  $\{x_n\}$  по норме. Говорят, что последовательность  $\{x_n\}$  сходится к элементу  $x$ , если  $\|x_n - x\| \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ , и символически это записывают так:  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ , или  $x_n \rightarrow x$ , при  $n \rightarrow \infty$ .

Линейное нормированное пространство называется полным, или банаховым (кратко В-пространством), если из того, что  $\lim_{n \rightarrow \infty} \|x_{n+p} - x_n\| = 0$ , где  $p$ -любое натуральное число, следует сходимость последовательности  $\{x_n\}$  к элементу  $x$ , принадлежащему