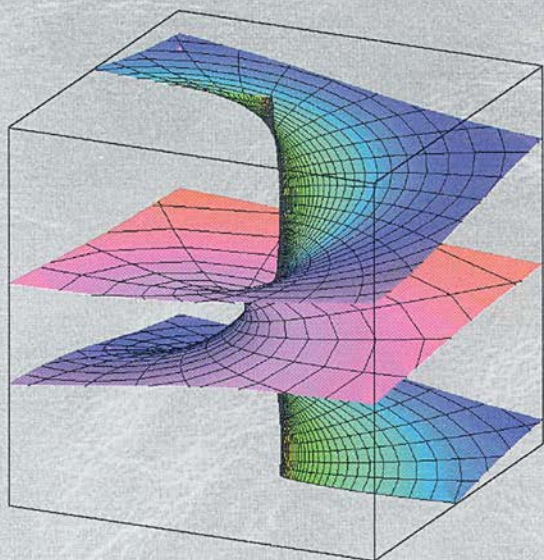


А. Е. Дубинов, И. Д. Дубинова, С. К. Сайков

W-ФУНКЦИЯ ЛАМБЕРТА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ФИЗИКИ



ФГУП Российский федеральный ядерный центр-
Всероссийский научно-исследовательский институт
экспериментальной физики

А. Е. Дубинов, И. Д. Дубинова, С. К. Сайков

W-ФУНКЦИЯ ЛАМБЕРТА И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ ФИЗИКИ

Учебное пособие для вузов

Саров
2006

УДК 517.5+537
ББК 22.311я 73
Д79

Дубинов А. Е., Дубинова И. Д., Сайков С. К. *W-функция Ламберта и ее применение в математических задачах физики: Учеб. пособие для вузов.* – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2006. С. 160.

В книге представлены основные свойства W -функции Ламберта, формулы дифференцирования и интегрирования выражений, содержащих ее, показаны способы решения трансцендентных и нелинейных дифференциальных уравнений, приводящих к W -функции. Также в ней уделено особое внимание вопросам, связанным с конформным отображением. Рассматриваются общие вопросы родственных функций с W -функцией Ламберта. Показаны примеры применения W -функции к анализу некоторых математических задач физики.

Пособие предназначено для студентов старших курсов физико-математических специальностей. Книга может быть полезна специалистам по математической физике, преподавателям, инженерам и аспирантам соответствующих специальностей.

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук Ю. Б. Кудасов, кафедра «Экспериментальная физика» Саровского государственного физико-технического института, заведующий кафедрой
доктор физ.-мат. наук В. И. Карелин

ВВЕДЕНИЕ

Перед вами новая книга по математике. И речь в ней пойдет о новой математической функции – W -функции Ламберта.

Эта функция сравнительно недавно появилась в арсенале специальных функций, но получила широкое применение в работах ученых и специалистов различных областей математики и физики.

Оказалось, что в отечественной математической литературе по специальным функциям не нашлось ни одной книги и ни одного обзора, где бы эта функция даже упоминалась. А узнать о ее основных свойствах нам удалось фактически по двум статьям [1, 2], первую из которых нам любезно предоставил проф. Гоннет Г. В 2004 г. была опубликована небольшим тиражом книга [3] авторов настоящего пособия о математических свойствах W -функции Ламберта, однако она мгновенно разошлась и стала малодоступной.

В связи с тем, что W -функция все еще мало известна отечественным специалистам, и в то же время она может использоваться при решении большого круга практических задач в математике и математической физике, мы посчитали полезным написать новую книгу, в которой, помимо рассмотрения основных свойств функции, представлены примеры ее применения в простейших задачах физики.

В первой части учебного пособия изложены математические свойства W -функции Ламберта: основные тождества, правила дифференцирования и интегрирования, пределы и асимптотики, свойства на комплексной плоскости, алгебраические и дифференциальные уравнения. Эти свойства, собранные в цитируемой литературе или частично установленные нами, приводятся в основном в виде справочных сведений, т. е. без доказательства. Однако основные идеи доказательств мы старались приводить там, где это диктовалось логикой изложения. С полными доказательствами можно ознакомиться в тех литературных источниках, которые указаны в первой части книги. В этой же части рассмотрены и другие новые трансцендентные функции, родственные W -функции Ламберта.

Вторая часть книги посвящена вопросам применения W -функции Ламберта в математических задачах физики. Большинство примеров взято из оригинальных работ авторов, в которых были впервые решены точно и явно считавшиеся ранее не решаемыми уравнения. Авторы работают в области прикладной электрофизики в Российском федеральном ядерном центре-ВНИИ экспериментальной физики. Разумеется, это отразилось и на стиле изложения, и на подборе примеров, в основном связанных с задачами математической электрофизики (задачи электродинамики, теории цепей, физики плазмы и газового разряда и др.). Но известны примеры успешного применения W -функции и в других (в комбинаторике [4, 5] и теории вероятностей [6] в математике, и в теории ускорителей электронов [7], биофизике [8] и статистической механике [9], оптике [10] и теории лазеров [11], гравитации [12] и квантовой хромодинамике [13] в физике). И число таких примеров со временем будет расти.

Мы хотим выразить благодарность тем российским и зарубежным коллегам, которые предоставили нам свои работы, обсуждали с нами различные задачи и примеры нашей книги и способствовали тому, чтобы изложение материала в пособии было полнее. Среди них Алексеев Б. В. (МИТХТ, г. Москва), Голубев А. И. (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Кудасов Ю. Б. (РФЯЦ-ВНИИЭФ, г. Саров), Рухадзе А. А. (ИОФ РАН, г. Москва), Маркушин В. Е. (Институт Поля Шерера, Швейцария), Гоннет Г. (Институт научных вычислений, Швейцария), Галидакис И. (Критский университет, Греция), Люк Р., Стивенс Дж. (Государственный университет Миссисипи, США), Шрам П. (Эйндховенский технологический университет, Нидерланды).

Часть исследований одного из авторов книги, Дубинова А. Е., была поддержана научным грантом NWO-047.016.020 (Нидерланды). Работа другого, Сайкова С. К., поддержана всероссийским некоммерческим фондом «Династия».

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ЧАСТЬ I. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА W-ФУНКЦИИ	
1.1. Определение W-функции Ламберта и ее простейшие свойства	5
1.2. Комплексные ветви W-функции Ламберта	10
1.3. Дифференцирование W-функции Ламберта	47
1.4. Разложение и аппроксимации W-функции Ламберта	50
1.5. Интегралы, содержащие W-функцию Ламберта	52
1.6. Трансцендентные алгебраические уравнения, связанные с W-функцией Ламберта	57
1.7. Дифференциальные уравнения, приводящие к W-функции Ламберта	68
1.8. Новые функции, родственные W-функции Ламберта ..	78
ЧАСТЬ II. ПРИМЕНЕНИЕ W-ФУНКЦИИ В ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ	
2.1. Точный расчет цепей с полупроводниковыми диодами	93
2.2. Зарядка конденсатора в режиме постоянной потребляемой мощности	94
2.3. Динамика разрядки конденсатора на нелинейное сопротивление	96
2.4. Распределение потенциала в плоском полубесконечном конденсаторе	99

2.5. Полевые транзисторы	102
2.6. Точная формулировка закона смещения Вина	107
2.7. Точный расчет электрического заряда пробного тела, находящегося в максвелловской плазме	110
2.8. Структура потенциала в бомовском слое	112
2.9. Анализ нелинейных волн в плазме методом псевдопотенциала	113
2.10. Критические скорости при передаче энергии пробной частицей плазме	124
2.11. Формирование пробоя в газе	126
2.12. Точное решение задачи о распространении волны горения	128
2.13. Равновесная конфигурация нейтрализованного электронного пучка	130
2.14. Динамика формирования виртуального катода в среде с вязким трением	132
2.15. Точное решение задачи о токе в электролите с учетом потока растворителя	139
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	143
ЛИТЕРАТУРА	145

Учебное издание

А. Е. Дубинов, И. Д. Дубинова, С. К. Сайков

**W-функция Ламберта и ее применение
в математических задачах физики**

Учебное пособие для вузов

Редактор *Е. А. Мясоедова*
Корректор *М. В. Кривова*
Компьютерная подготовка
оригинал-макета *В. М. Князькова*

Подписано в печать 24.02.2005 Формат 60×84/16.
Печать офсетная Усл.-печ. л. 9,3. Уч.-изд. л. 8,3.
Тираж 150 экз. Зак. тип. 526-2005

Отпечатано в Издательско-полиграфическом комплексе ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»
607190 г. Саров Нижегородской обл.
ПД 00568 от 22.05.2000