

СГАУ: 5  
Ф175

ФАЙНИЦКИЙ Ю.Л.

**СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАЗДЕЛЫ  
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

ЗАДАЧИ  
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО  
ИЗУЧЕНИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ  
ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

2007



ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П. КОРОЛЕВА»

**СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАЗДЕЛЫ  
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

**Задачи для самостоятельного изучения  
Методические разработки практических занятий**

*Утверждено Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия*

САМАРА  
Издательство СГАУ  
2007

УДК 517.1 (075)

ББК 22.1я 73

Ф17



Инновационная образовательная программа  
"Развитие центра компетенции и подготовка  
специалистов мирового уровня в области  
аэрокосмических и геонформационных технологий"

Рецензенты: д-р техн. наук, проф. *Б.А. Горлач*,  
канд. физ.-мат. наук, доц. *Е.Я. Горелова*

**Файницкий Ю.Л.**

Ф17

**Специальные разделы высшей математики. Задачи для самостоятельного изучения. Методические разработки практических занятий:** учеб. пособие / *Ю.Л. Файницкий, Е.А. Денискина.* – Самара: Изд-во Самар. гос. аэрокосм. ун-та, 2007. – 144 с.: ил.

ISBN 978-5-7883-0520-2

Учебное пособие составлено в соответствии с действующей программой по курсу математики для инженерно–технических специальностей вузов. Предназначено для студентов всех специальностей СГАУ. Содержит материалы по разделам «Ряды», «Кратные интегралы», «Теория поля», «Теория вероятностей» и «Теория функций комплексной переменной».

Пособие состоит из двух частей. В первой из них рассматриваются задачи, предлагаемые для самостоятельного изучения. Эта часть пособия представляет собой руководство, помогающее студенту продолжить изучение методов решения задач по указанным разделам математики.

Вторая часть пособия содержит набор стандартных задач для проведения практических занятий со студентами второго курса, а также задачи для самостоятельной работы студентов по изучаемой на практических занятиях тематике и ответы к ним. Этот материал предназначен как студентам, так и преподавателям, последним – для подготовки и проведения практических занятий.

Выполнено на кафедре высшей математики.

УДК 517.1 (075)

ББК 22.1я 73

ISBN 978-5-7883-0520-2

© Файницкий Ю.Л., Денискина Е.А., 2007  
© Самарский государственный  
аэрокосмический университет, 2007

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Учебное пособие составлено в соответствии с действующей программой по курсу математики для инженерно-технических специальностей вузов. Предназначено для студентов всех специальностей СГАУ. Содержит материалы по разделам «Ряды», «Кратные интегралы», «Теория поля», «Теория вероятностей» и «Теория функций комплексной переменной».

Пособие состоит из двух частей. В первой из них рассматриваются задачи, предлагаемые студентам СГАУ для самостоятельного изучения в третьем и четвертом семестрах. Данная часть пособия состоит из девятнадцати пунктов (параграфов), каждый из которых имеет следующую структуру. Параграф, как правило, начинается с кратких теоретических сведений, необходимых для решения очередной задачи. Теоремы сообщаются без доказательств, однако в каждом отдельном случае указывается учебное пособие, с помощью которого можно ознакомиться с обоснованием соответствующего утверждения.

Далее приводится формулировка и решение задачи. Затем формулируется аналогичная задача, предназначенная для самостоятельного решения, и ответ к ней, если только ответ не следует из условия. В отдельных случаях параграф может содержать еще одну или несколько пар задач.

Рекомендуется следующий порядок самостоятельной работы. Прежде всего, необходимо по конспекту и учебнику проработать материал, рассмотренный на лекционных занятиях, ознакомиться с введенными там понятиями, изучить формулировки и доказательства теорем. Затем, опираясь на решения задач, предложенных на практических занятиях, выполнить текущее домашнее задание. И только после этого целесообразно осваивать материал, приведенный в первой части настоящего пособия.

Такая последовательность изучения материала связана, в частности, с тем, что здесь не дублируются рассматриваемые на лекционных и практических занятиях определения, утверждения и приемы. Предполагается, что студент с ними уже ознакомился. Пособие представляет собой руководство, помогающее студенту продолжить изучение методов решения задач по указанным выше разделам математики.

Вторая часть пособия содержит набор стандартных задач для проведения практических занятий со студентами второго курса, а также задачи для самостоятельной работы студентов по изучаемой на практических занятиях тематике и ответы к ним. Этот материал предназначен как студентам, так и преподавателям, последним – для подготовки и проведения практических занятий.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	3
<b>ЧАСТЬ 1. ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ</b> .....	4
<b>1 КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ</b> .....	4
1.1 ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННЫХ В ДВОЙНОМ ИНТЕГРАЛЕ .....	4
1.2 НЕСОБСТВЕННЫЙ ДВОЙНОЙ ИНТЕГРАЛ .....	8
1.3 ГАММА-ФУНКЦИЯ .....	11
<b>2 ВЕКТОРНОЕ ПОЛЕ</b> .....	15
2.1 ПРИМЕНЕНИЯ ОПЕРАТОРА ГАМИЛЬТОНА .....	15
2.2 ЦИКЛИЧЕСКАЯ ПОСТОЯННАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ПОЛЯ .....	18
<b>3 ФОРМУЛА МАКЛОРЕНА</b> .....	24
3.1 СИМВОЛ « $o$ » МАЛОЕ .....	24
3.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЕДЕЛОВ .....	26
<b>4 ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ</b> .....	32
4.1 УМНОЖЕНИЕ РЯДОВ .....	32
4.2 ПРИЗНАК РААБЕ .....	34
4.3 ПРИЗНАК ГАУССА .....	38
<b>5 ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ</b> .....	41
5.1 РЕШЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ .....	41
5.2 УРАВНЕНИЕ БЕССЕЛЯ .....	45
<b>6 ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ</b> .....	49
6.1 РЯД ЛОРАНА .....	49
6.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ИНТЕГРАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧЕТОВ .....	52
6.3 КОНФОРМНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ .....	54
6.4 РЯД ФУРЬЕ В КОМПЛЕКСНОЙ ФОРМЕ .....	59
<b>7 ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ</b> .....	59
7.1 ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ .....	62
7.2 РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ .....	66
7.3 РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ .....	70
<b>ЧАСТЬ 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ</b> .....	74
<b>8 РЯДЫ</b> .....	74
8.1 ПРИЗНАКИ СХОДИМОСТИ РЯДОВ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ЧЛЕНАМИ .....	74
8.2 ЗНАКОПЕРЕМЕННЫЕ РЯДЫ .....	76
8.3 ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ .....	78
8.4 РАЗЛОЖЕНИЕ ФУНКЦИЙ В СТЕПЕННЫЕ РЯДЫ .....	79
8.5 ПРИМЕНЕНИЕ СТЕПЕННЫХ РЯДОВ К ПРИБЛИЖЕННЫМ ВЫЧИСЛЕНИЯМ .....	82

8.6	Ряды Фурье.....	83
<b>9</b>	<b>КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ.....</b>	<b>86</b>
9.1	Двойной интеграл в декартовых координатах.....	86
9.2	Двойной интеграл в полярных координатах.....	88
9.3	Тройной интеграл в декартовых координатах.....	90
9.4	Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.....	93
<b>10</b>	<b>ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ПОЛЯ.....</b>	<b>95</b>
10.1	Скалярные поля.....	95
10.2	Криволинейные интегралы.....	96
10.3	Поверхностные интегралы.....	102
10.4	Формула Остроградского-Гаусса.....	105
10.5	Формулы Стокса и Грина.....	107
10.6	Потенциальное векторное поле.....	110
<b>11</b>	<b>ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ.....</b>	<b>96</b>
11.1	Классическое определение вероятности.....	113
11.2	Вероятности суммы и произведения событий.....	115
11.3	Формула полной вероятности. Формула Байеса.....	119
11.4	Формула Бернулли. Формула Пуассона.....	121
11.5	Дискретные случайные величины.....	123
11.6	Непрерывные случайные величины.....	126
<b>12</b>	<b>ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ.....</b>	<b>133</b>
12.1	Элементарные функции комплексной переменной.....	133
12.2	Дифференцирование функций комплексной переменной.....	134
12.3	Интегрирование функций комплексной переменной.....	136
12.4	Преобразование Лапласа.....	137
	<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....</b>	<b>141</b>

Учебное издание

*Файницкий Юрий Львович,  
Денискина Екатерина Александровна*

**СПЕЦИАЛЬНЫЕ РАЗДЕЛЫ  
ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ**

**Задачи для самостоятельного изучения  
Методические разработки  
практических занятий**

*Учебное пособие*

Научный редактор В. С. Павельев  
Редакторская обработка Н. С. Купринова  
Корректорская обработка Н. С. Купринова  
Доверстка А. В. Ярославцева

Подписано в печать 10.10.07. Формат 60x84 1/16.

Бумага офсетная. Печать офсетная.

Печ. л. 9,0.

Тираж 120 экз. Заказ 105. ИП-24/2007

Самарский государственный  
аэрокосмический университет.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.

---

Изд-во Самарского государственного  
аэрокосмического университета.  
443086 Самара, Московское шоссе, 34.