ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 517.982.274+517.983.22

А.В. БРАТИЩЕВ

ОПЕРАТОРЫ ОБОБЩЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ ГЕЛЬФОНДА – ЛЕОНТЬЕВА И ПОЛИНОМЫ БРЕНКЕ

Обнаружена естественная связь операторов обобщенного дифференцирования (ООД) Гельфонда – Леонтьева и последовательностей полиномов Бренке. Получен критерий расширения оператора, коммутирующего с ООД, до непрерывного на всем пространстве $H(G)$. Описан класс областей, для которых характеристическая функция оператора комплексной свертки всегда имеет нулевой тип. Доказана гиперцикличность и хаотичность обобщенной комплексной свертки.

Ключевые слова*: обобщенная производная Гельфонда – Леонтьева; полиномы Бренке; производная Данкла; коммутация; обобщенная комплексная свертка; гиперциклические и хаотические операторы.*

Введение. В работе Бренке [1] дано обобщение понятия полиномов Аппеля (1880 г.), позже названное *полиномами Бренке.* Затем А. Гельфонд и А. Леонтьев [2] ввели понятие обобщенного дифференцирования, названное *производной Гельфонда – Леонтьева.* Мы пытаемся установить естественную связь между этими обобщениями (теоремы 2, 3).

В терминах полиномов Бренке установлен критерий расширения коммутирущего с ООД линейного оператора до непрерывного в пространстве $H(G)$ аналитических в односвязной области G функций (теорема 4). Ю.М. Царьков [3] и ряд других авторов [4] получили представление оператора, коммутирующего с оператором классического дифференцирования, в виде дифференциального оператора бесконечного порядка. В настоящей статье выделены все те области, для которых возможно такое представление (теорема 6). Мы доказали [5] гиперцикличность и хаотичность операторов, коммутирующих с оператором дифференцирования Данкла. Этот результат устанавливается для более широкого класса операторов обобщенного дифференцирования (теорема 7).

Представление операторов обобщенного дифференцирования. Пусть G – односвязная область, и последовательность ограниченных расширяющихся областей $\{G_n\}\uparrow G$ исчерпывает G. $H(G)$ – пространство аналитических в G функций с топологией равномерной сходимости на компактах. Под оператором обобщенного дифференцирования Гельфонда – Леонтьева понимаем линейный непрерывный в $H(G)$ оператор, действующий на последовательности степеней по правилу

$$Dz^n := d_{n-1}z^{n-1},\ n\in\mathbb{N},\quad D1:=0.$$

При этом функция $e(z):=\sum_{n=0}^{\infty}e_n z^n,\ \ e_n:=\dfrac{1}{d_0 \dots d_{n-1}},\ e_0:=1$, называется обобщенной экспонентой, а функция $d(z):=\sum_{n=0}^{\infty}d_n z^n$ – порождающей функцией ООД . Мы получили [6] такую характеризацию и представление ООД.

ТЕОРЕМА 1. Определенное на последовательности степеней $\{z^n\}$ отображение $D: Dz^n := d_{n-1}z^{n-1},\ n\in\mathbb{N},\ \ D1:=0$, расширяется до линейного непрерывного в $H(G)$ тогда и только тогда, когда ряд $d(z):=\sum_{n=0}^{\infty}d_n z^n$ сходится в окрестности начала координат, и функцио-