

УДК 517(075.8)

ББК 22.1я73

Р 83

*Рецензенты:*

доктор педагогических наук, профессор, зав. кафедрой  
математической статистики и квалиметрии ВГСХА *О.И. Коломок*;  
кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры теоретической физики ВГПУ *С.А. Ходыкин*

**Руденок И.П.**

**Р 83** Высшая математика : курс лекций и практические задания /  
И.П. Руденок, Н.Н. Агишева, Н.А. Болотина ; Волгогр. гос. ар-  
хит.-строит. ун-т. — Волгоград : ВолГАСУ, 2008. — 380 с.

**ISBN 978-5-98276-253-5**

Приведен полный лекционный материал, соответствующий Государственному образовательному стандарту курса высшей математики для специальностей «Архитектура» и «Дизайн архитектурной среды», подробно рассмотрены примеры решения задач по всем темам, а также даны задачи для самостоятельного решения и индивидуальные задачи по вариантам.

УДК 517(075.8)

ББК 22.1я73

ISBN 978-5-98276-253-5



© Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
«Волгоградский государственный  
архитектурно-строительный университет», 2008

## Оглавление

Предисловие.....	8
Основные обозначения.....	10
Введение.....	11
<b>Лекция 1.</b> Элементы линейной алгебры.....	13
1.1. Понятие матрицы. Основные определения. Линейные действия над матрицами. Умножение матриц.....	13
1.2. Определители второго и третьего порядков.....	17
1.3. Свойства определителей.....	18
1.4. Сводная таблица основных методов вычисления определителей....	20
1.5. Элементарные преобразования матрицы.....	22
Обратная матрица. Матричные уравнения.....	23
Способы получения обратной матрицы.....	23
1.6. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).....	26
Решение СЛАУ по формулам Крамера.....	26
Матричная запись СЛАУ и ее решение с помощью обратной матрицы...	27
Ранг матрицы и его свойства.....	28
Исследование систем линейных уравнений.....	29
1.7. Сводная таблица для исследования систем линейных уравнений....	30
Примеры решения практических задач.....	31
Задания для самостоятельного решения.....	40
<b>Лекция 2.</b> Система координат на плоскости и в пространстве. Основные задачи.....	45
2.1. Прямоугольные декартовы координаты на плоскости.....	45
2.2. Основные задачи на метод координат на плоскости.....	46
2.3. Полярные координаты.....	47
2.4. Связь между декартовыми и полярными координатами.....	48
2.5. Параметрические уравнения.....	48
2.6. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве.....	48
2.7. Основные задачи на метод координат в пространстве.....	49
Примеры решения практических задач.....	50
Задания для самостоятельного решения.....	56
<b>Лекция 3.</b> Векторная алгебра.....	57
3.1. Определение вектора.....	57
3.2. Линейные действия над векторами.....	58
3.3. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве...	61
3.4. Проекция вектора на ось. Основные теоремы о проекциях.....	62
3.5. Разложение вектора на составляющие по осям координат.....	63
3.6. Простые задачи на декартовы координаты.....	65

3.7. Скалярное произведение векторов.....	66
3.8. Векторное произведение векторов.....	67
3.9. Смешанное произведение трех векторов.....	68
3.10. Сводная таблица основных понятий и формул по теме «Векторы».....	69
Примеры решения практических задач.....	71
Задания для самостоятельного решения.....	76
<b>Лекция 4. Аналитическая геометрия на плоскости.....</b>	<b>80</b>
4.1. Параллельный перенос осей координат.....	80
4.2. Различные виды уравнений прямой на плоскости.....	80
4.3. Прямая линия на плоскости. Основные задачи.....	83
4.4. Таблица понятий и формул по теме «Прямая на плоскости».....	83
4.5. Кривые второго порядка.....	84
Окружность.....	84
Эллипс.....	85
Гипербола.....	86
Парабола.....	88
Общее уравнение кривой второго порядка.....	89
Некоторые другие кривые.....	90
Примеры решения практических задач.....	91
Задания для самостоятельного решения.....	97
Индивидуальные задания к типовому расчету № 1 (ч. 1).....	100
<b>Лекция 5. Аналитическая геометрия в пространстве.....</b>	<b>134</b>
5.1. Плоскость.....	134
Общее уравнение плоскости.....	134
Анализ общего уравнения плоскости (частные случаи).....	135
Взаимное расположение плоскостей.....	137
Различные формы уравнений плоскости.....	138
5.2. Прямая в пространстве.....	139
Взаимное расположение прямых в пространстве.....	139
Различные виды уравнений прямой в пространстве.....	140
Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду.....	141
5.3. Прямая и плоскость в пространстве.....	142
5.4. Поверхности второго порядка.....	144
Цилиндры второго порядка.....	144
Эллипсоид, конус, гиперболоид.....	147
Параболоиды.....	150
5.5. Таблица основных понятий и формул по теме «Прямая и плоскость в пространстве».....	151
Примеры решения практических задач.....	153
Задания для самостоятельного решения.....	161
Индивидуальные задания к типовому расчету № 1 (ч. 2).....	163
<b>Лекция 6. Введение в анализ.....</b>	<b>184</b>
6.1. Функция одной переменной. Основные элементарные функции.....	184
6.2. Модуль действительного числа.....	186

6.3. Предел функции одной переменной.....	187
6.4. Бесконечно большой аргумент и функция.....	189
6.5. Бесконечно малые функции (б.м.ф.).....	191
Свойства бесконечно малых функций.....	191
Связь бесконечно малой функции с бесконечно большой функцией....	192
Сравнение бесконечно малых функций.....	192
Эквивалентные бесконечно малые функции при $x \rightarrow 0$ .....	193
6.6. Основные теоремы о пределах.....	193
6.7. Замечательные пределы.....	197
6.8. Непрерывность функции.....	198
Классификация точек разрыва функции.....	199
Операции над непрерывными функциями.....	200
Свойства функций, непрерывных на отрезке.....	200
Примеры решения практических задач.....	201
Задания для самостоятельного решения.....	206
<b>Лекция 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....</b>	<b>209</b>
7.1. Производная функции одной переменной.....	209
Задачи, приводящие к понятию производной.....	209
Правило непосредственного вычисления производной функции.....	213
Основные правила дифференцирования.....	213
Производные основных элементарных функций.....	215
Правила дифференцирования.....	219
Таблица основных элементарных и соответствующих сложных функций.....	219
7.2. Дифференциал функции одной переменной.....	220
7.3. Свойства дифференциала.....	224
7.4. Производные и дифференциалы высших порядков.....	224
7.5. Правило Лопиталю.....	228
7.6. Раскрытие неопределенностей.....	229
7.7. Исследование функции одной переменной.....	230
Примеры решения практических задач.....	235
Задания для самостоятельного решения.....	243
Индивидуальные задания к типовому расчету № 2.....	247
<b>Лекция 8. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.....</b>	<b>249</b>
8.1. Понятие функции нескольких переменных.....	249
8.2. Непрерывность функции нескольких переменных.....	250
8.3. Частные производные функции двух переменных. Правило вычисления.....	252
8.4. Производная по направлению.....	252
8.5. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....	253
8.6. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Функции двух переменных.....	255
8.7. Локальные экстремумы функции двух переменных.....	256

Примеры решения практических задач.....	258
Задания для самостоятельного решения.....	261
<b>Лекция 9. Неопределенный интеграл.....</b>	<b>263</b>
9.1. Первообразная функции.....	263
Основные свойства неопределенного интеграла.....	264
Основные формулы интегрирования.....	265
9.2. Основные методы интегрирования.....	266
9.3. Многочлены. Рациональные дроби. Простейшие рациональные дроби....	269
9.4. Интегрирование простейших рациональных дробей.....	269
9.5. Разложение рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.....	270
9.6. Интегрирование некоторых иррациональных функций.....	272
9.7. Интегрирование тригонометрических функций.....	273
Примеры решения практических задач.....	274
Задания для самостоятельного решения.....	278
<b>Лекция 10. Определенный интеграл.....</b>	<b>279</b>
10.1. Определенный интеграл и задачи, приводящие к понятию опре- деленного интеграла.....	279
10.2. Основные свойства определенного интеграла.....	281
10.3. Производная интеграла по переменной верхней границе.....	282
10.4. Замена переменной в определенном интеграле.....	284
10.5. Интегрирование по частям в определенном интеграле.....	284
10.6. Несобственные интегралы.....	285
Примеры решения практических задач.....	286
Задания для самостоятельного решения.....	288
<b>Лекция 11. Приложения определенного интеграла.....</b>	<b>289</b>
11.1. Вычисление площади в декартовых координатах.....	289
11.2. Вычисление площади в полярных координатах.....	290
11.3. Длина дуги кривой.....	290
11.4. Вычисление объема тела вращения.....	293
Примеры решения практических задач.....	293
Задания для самостоятельного решения.....	297
Индивидуальные задания к типовому расчету № 3 (ч. 1).....	298
<b>Лекция 12. Двойной интеграл.....</b>	<b>319</b>
12.1. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла.....	319
12.2. Свойства двойного интеграла.....	321
12.3. Вычисление двойных интегралов в прямоугольных декартовых координатах.....	322
12.4. Правило вычисления двойного интеграла и порядок приведения его к повторному.....	324
Примеры решения практических задач.....	325
Задания для самостоятельного решения.....	328

<b>Лекция 13. Дифференциальные уравнения.....</b>	<b>329</b>
13.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения.....	329
13.2. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.....	330
13.3. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	337
Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными... 338	
Дифференциальные уравнения, однородные относительно переменных.....	339
Линейные дифференциальные уравнения.....	340
Уравнение Бернулли.....	341
13.4. Дифференциальные уравнения второго порядка.....	341
13.5. Дифференциальные уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.....	343
13.6. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.....	344
13.7. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Элементы теории комплексных чисел.....	345
13.8. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.....	346
13.9. Сводная таблица по теме «Дифференциальные уравнения».....	349
Примеры решения практических задач.....	350
Задания для самостоятельного решения.....	353
Индивидуальные задания к типовому расчету № 3 (ч. 2).....	354
Заключение.....	365
Библиографический список.....	369
Приложение 1.....	371
Приложение 2.....	376