

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АЭРОКОСМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ имени академика С.П.КОРОЛЕВА  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

**В.М. Чернов, М.А. Чичева**

**Алгебро-арифметические методы синтеза  
быстрых алгоритмов  
дискретных ортогональных преобразований**

*Электронное учебное пособие*

САМАРА

2010

Авторы: ЧЕРНОВ Владимир Михайлович,  
ЧИЧЕВА Марина Александровна,

Учебное пособие содержит описание алгебро-арифметических методов синтеза быстрых алгоритмов дискретных ортогональных преобразований (БА ДОП). Рассмотрены как классические БА ДОП, так и оригинальные авторские методы, существенно снижающие вычислительную сложность алгоритмов. Приведены различные алгоритмы одно- и двумерного дискретного преобразования Фурье, дискретного косинусного преобразования, синтезированные в рамках единого алгебраического подхода. Также дано практическое применение части описанных алгоритмов.

Пособие предназначено для магистров по направлению 010400.68 “Прикладная математика и информатика”, обучающихся по программе «Математические и компьютерные методы обработки изображений и геоинформатики».

## ОГЛАВЛЕНИЕ

1 Предварительные сведения.....	5
1.1 О проблеме синтеза быстрых алгоритмов дискретных ортогональных преобразований .....	5
1.2 Конечномерные ассоциативные алгебры .....	9
1.3 Основные схемы редукции .....	10
1.3.1 Декомпозиция Кули-Тьюки "по основанию 2" .....	10
1.3.2 Декомпозиция Кули-Тьюки "по основанию 4" .....	11
1.3.3 Декомпозиция Кули-Тьюки с расщеплением основания (сплит-радикс алгоритм) .....	12
1.3.4 Декомпозиция ДПФ Гуда-Томаса .....	13
2 Совмещенные алгоритмы дискретных ортогональных преобразований.....	15
2.1 Двумерный БА ДПФ с совмещением в алгебре кватернионов.....	16
2.2 БПФ с представлением данных в алгебре $(2 \times 2)$ -матриц .....	18
2.3 Кватернионное двумерное ДПФ .....	20
2.3.1 Алгоритм КДПФ с декомпозицией по основанию 2 .....	21
2.3.2 Алгоритм КДПФ с декомпозицией по основанию 4 .....	23
2.3.3 Алгоритм КДПФ с расщеплением основания.....	25
2.4 Совмещенные алгоритмы дискретного косинусного преобразования .....	28
2.4.1 Алгоритм одномерного ДКП четной длины .....	29
2.4.2 Алгоритм двумерного ДКП четной длины .....	32
3 Быстрые алгоритмы ДОП при специальном представлении данных.....	39
3.1 Представление данных в круговых кодах .....	39
3.1.1 Декомпозиция Кули-Тьюки "по основанию $p$ " .....	39
3.2 Алгоритмы одномерного ДПФ при длине преобразования $N=3^k$ .....	40
3.3 Алгоритмы дискретного косинусного преобразования длиной $N=3^k$ .....	42
3.4 Алгоритмы дискретных ортогональных преобразований, реализуемые в кодах Гамильтона-Эйзенштейна. ....	44
3.4.1 Быстрый алгоритм двумерного ДПФ .....	47
3.4.2 Быстрый алгоритм дискретного косинусного преобразования .....	49
3.5 Алгоритмы дискретного косинусного преобразования коротких длин.....	53
3.5.1 Алгебраические принципы синтеза БА ДКП коротких длин.....	53