

УДК 330.43(075.8)
ББК 65в6я73
К60

Р е ц е н з е н т ы:

д-р экон. наук, проф. *К.В. Папенков*
(зав. кафедрой экономики природопользования экономического факультета
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова)
д-р экон. наук, проф. *Ю.Н. Гаврилец*
(зав. лабораторией «Математическая социология» ЦЭМИ РАН)

Главный редактор издательства *Н.Д. Эриашвили*,
кандидат юридических наук, доктор экономических наук, профессор,
лауреат премии Правительства РФ в области науки и техники

Количественные методы в экономических исследованиях:
К60 учебник для студентов вузов, обучающихся по специальностям экономики и управления / Под ред. М.В. Грачевой, Ю.Н. Черемных, Е.А. Тумановой. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 687 с.

ISBN 978-5-238-02331-1

Учебник посвящен решению экономических задач с помощью количественных методов. Изложен широкий круг проблем и методов классического математического анализа, линейной алгебры, математического программирования, теории игр, теории вероятностей, математической статистики, теории случайных процессов и нечетких множеств. Разнообразные примеры и задачи иллюстрируют применение рассмотренных методов. Представленные разделы относятся к циклу фундаментальных математических дисциплин, изучение которых является обязательным для подготовки специалистов в области экономики.

Для студентов, аспирантов и преподавателей экономических факультетов университетов и экономических вузов, экономистов, научных работников.

ББК 65в6я73

ISBN 978-5-238-02331-1

© ИЗДАТЕЛЬСТВО ЮНИТИ-ДАНА, 2004, 2013

Принадлежит исключительное право на использование и распространение издания (ФЗ № 94-ФЗ от 21 июля 2005 г.).

Воспроизведение всей книги или любой ее части любыми средствами или в какой-либо форме, в том числе в интернет-сети, запрещается без письменного разрешения издательства.

© Оформление «ЮНИТИ-ДАНА», 2013

Оглавление

От авторов	3
Раздел I. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА	5
Глава 1. Элементы математического анализа	6
1.1. Основы теории множеств	6
1.2. Функции двух переменных и их множества (линии) уровня	35
1.3. Частные производные, градиент и дифференциал	41
1.4. Однородные функции	48
1.5. Теорема о неявной функции	49
<i>Вопросы и задания</i>	<i>55</i>
Глава 2. Классические методы оптимизации	57
2.1. Теория абсолютного экстремума	57
2.2. Теория условного экстремума (случай двух переменных)	68
2.3. Метод Лагранжа решения задачи на условный экстремум	74
2.4. Приложения теории условного экстремума к экономической теории	86
2.5. Понятие о задаче математического программирования	91
2.6. Теория локального экстремума условного (случай n переменных)	95
<i>Вопросы и задания</i>	<i>102</i>
Раздел II. ЭЛЕМЕНТЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ПРОГРАМИРОВАНИЯ И ТЕОРИЯ ИГР	107
Глава 3. Линейное программирование	108
3.1. Основные понятия линейного программирования	108
3.2. Свойства задачи линейного программирования в канонической форме	112
3.3. Симплексный метод решения задач линейного программирования	116
3.4. Альтернативные оптимальные решения	140
3.5. Двойственность в линейном программировании	147
3.6. Транспортная задача	155
<i>Вопросы и задания</i>	<i>170</i>

Глава 4. Выпуклое программирование	177
4.1. Основные понятия выпуклого программирования	177
4.2. Свойства выпуклых функций	180
4.3. Критерии выпуклости функций	186
4.4. Теорема Куна—Таккера	192
4.5. Метод штрафных функций	201
<i>Вопросы и задания</i>	215
Глава 5. Элементы теории игр	220
5.1. Основные понятия. Классификация игр	220
5.2. Решение матричных игр в чистых стратегиях	229
5.3. Решение матричных игр в смешанных стратегиях	242
5.4. Свойства оптимальных решений матричных игр	249
5.5. Связь теории матричных игр с линейным программированием	254
5.6. Графический метод решения матричных игр ($2 \times n$), $(m \times 2)$	264
5.7. Статические игры с полной информацией	277
5.8. Динамические игры с полной информацией	303
<i>Вопросы и задания</i>	314
Раздел III. ВЕРОЯТНОСТНО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ	323
Глава 6. Теория вероятностей	324
6.1. Основные понятия теории вероятностей	325
6.2. Пространство элементарных исходов. События и действия над ними	328
6.3. Вероятность в дискретном пространстве элементарных событий	331
6.4. Классическая вероятностная модель	333
6.5. Элементы комбинаторного анализа	334
6.6. Статистики Бозе—Эйнштейна, Ферми—Дирака, Максвелла—Больцано	339
6.7. Аксиоматическое построение вероятностей	340
6.8. Геометрическая вероятность. Задача Бюффона	344
6.9. Условная вероятность. Независимость событий	346
6.10. Формула полной вероятности. Формула Байеса	350
6.11. Независимые испытания Бернулли	354
6.12. Предельные теоремы и приближенные формулы	357
6.13. Полиномиальная схема испытаний	363
6.14. Случайная величина в дискретном вероятностном пространстве	365
6.15. Функция распределения случайной величины	369
6.16. Распределение непрерывных случайных величин	371

6.17. Случайный вектор в дискретном вероятностном пространстве	374
6.18. Совместная функция распределения и совместная плотность распределения	378
6.19. Функции случайных величин	388
6.20. Композиция законов распределения	389
6.21. Математическое ожидание	393
6.22. Дисперсия и среднее квадратическое отклонение случайной величины	398
6.23. Ковариация. Коэффициент корреляции	402
6.24. Моменты высших порядков	407
6.25. Примеры непрерывных распределений	409
6.26. Условные распределения. Функция регрессии	422
6.27. Производящая функция	427
6.28. Характеристические функции	428
6.29. Закон больших чисел	431
6.30. Центральная предельная теорема	439
6.31. Нормальный закон распределения на плоскости	444
6.32. Марковские цепи	449
<i>Задачи</i>	457
Глава 7. Математическая статистика	467
7.1. Генеральная и выборочная совокупности. Выборочный метод	467
7.2. Эмпирические законы распределения	473
7.3. Выборочные характеристики и точечные оценки	477
7.4. Эффективность оценок. Неравенство Рао—Фреше—Крамера	483
7.5. Оценка математического ожидания по неравноточным наблюдениям	488
7.6. Методы построения оценок	491
7.7. Основные распределения в статистике	508
7.8. Свойства конечной выборки из нормальной генеральной совокупности. Теорема Фишера	523
7.9. Интервальные оценки параметров законов распределения	530
7.10. Статистическая гипотеза	543
7.11. Критерий отношения правдоподобия	546
7.12. Проверка гипотез для одной выборки	551
7.13. Проверка гипотез для двух выборок	559
7.14. Проверка гипотез о равенстве дисперсий для нескольких выборок. Критерии Бартлетта и Кокрена	567
7.15. Проверка гипотез о зависимости случайных величин	570
7.16. Критерии согласия	573

7.17. Элементы линейного регрессионного и корреляционного анализа	587
<i>Задачи</i>	595
Глава 8. Элементы теории случайных процессов	608
8.1. Случайные процессы: конечномерные распределения	608
8.2. Некоторые классы случайных процессов	612
8.3. Винеровский процесс	616
8.4. Элементы случайного анализа	623
8.5. Непрерывность случайных процессов	632
8.6. Интегрирование случайных процессов	636
8.7. Стохастический интеграл Ито	643
8.8. Стохастические дифференциальные уравнения. Формула Ито	647
8.9. Решение стохастических дифференциальных уравнений	651
Глава 9. Основы теории нечетких множеств в применении к инвестиционному проектированию	660
9.1. Основные положения теории нечетких множеств и инвестиционное проектирование	661
9.2. Нечеткие множества. Операции над нечеткими множествами	664
9.3. Применение нечеткой логики в экспертных системах	670
9.4. Применение аппарата нечетких множеств в анализе проектных рисков	674
<i>Вопросы и задания</i>	679
Библиографический список	680