А.И. Созутов
Н.М. Сучков
Н.Г. Сучкова

БЕСКОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ИНВОЛЮЦИЯМИ

монография

институт математики

СИБИРСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
SIBERIAN FEDERAL UNIVERSITY

Министерство образования и науки Российской Федерации
Сибирский федеральный университет

А. И. СОЗУТОВ, Н. М. СУЧКОВ, Н. Г. СУЧКОВА

БЕСКОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С ИНВОЛЮЦИЯМИ

Монография

Красноярск
СФУ
2011

УДК 512.745.4
ББК 22.148
С 54

Рецензенты:

В. Д. Мазуров, член-кор. РАН, доктор физ-матем. наук, профессор;
В. П. Шунков, доктор физ-матем. наук, профессор

Созутов, А. И.

С 54 Бесконечные группы с инволюциями : монография / А. И. Созутов, Н. М. Сучков, Н. Г. Сучкова. - Красноярск : Сибирский федеральный ун-т, 2011. – 149 с.

ISBN 978-5-7638-2127-7

Монография посвящена изложению результатов исследования бесконечных групп с заданными централизаторами инволюций, дважды транзитивных групп подстановок и групп с заданной сильно вложенной или сильно изолированной подгруппой.

Для научных работников, аспирантов и студентов математических специальностей университетов.

УДК 512.745.4
ББК 22.148

ISBN 978-5-7638-2127-7

Оглавление

ŋqdqyeY bƐ deqƐbYзe d eaαbcα ɟqdqYqè

Введение

В монографии излагаются результаты авторов и В. Д. Мазурова о бесконечных дважды транзитивных группах подстановок, периодических и смешанных группах с заданными централизаторами инволюций, либо содержащими сильно вложенную или сильно изолированную подгруппу с инволюциями. Большая часть этих результатов получена за последние 10 лет, их доказательства разбросаны по нескольким десяткам статей.

Особая роль инволюции (элемента порядка 2) в теории групп известна давно. Две инволюции всегда порождают прозрачно устроенную группу — так называемую группу диэдра. В работах Р. Брауэра (50-е годы прошлого века) была установлена глубокая взаимосвязь между строением конечной группы и централизаторами её инволюций (см. по этому поводу стр. 10 монографии Д. Горенстейна [5]). Доказано, в частности, что имеется лишь конечное число простых конечных групп с заданным централизатором инволюции. В 1962 г. Д. Томпсон и У. Фейт [29] доказали свою знаменитую теорему о существовании инволюции в любой конечной неразрешимой группе. Эти результаты индуцировали многочисленные работы по классификации конечных простых групп в терминах строения централизаторов инволюций.

Теорема Фейта-Томпсона оставляет четкие следы в классе локаль-

ŋqdqɏeɎ bɆ dədɆbɎɜə d ɕɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɏè

но конечных групп: все подгруппы без инволюций локально конечной группы являются локально разрешимыми. Но в дебрях периодических групп эти следы теряются. Их не найти, например, в группах Новикова-Адяна [1], т. е. свободных группах нечетного периода ≥ 665, в которых каждая конечная подгруппа циклическая, и тем более в простых бесконечных периодических группах без инволюций с циклическими собственными подгруппами. Такие монстры построены А. Ю. Ольшанским [16]. Как черные дыры, они могут втянуть в себя элемент любого нечетного порядка, а вот маленькая инволюция может их взорвать изнутри согласно доказанной в 1972 г. замечательной теореме В. П. Шункова [28] о почти разрешимости периодической группы с конечным централизатором инволюции.

Появилась надежда, что некоторые результаты о конечных группах с инволюциями могут быть перенесены на периодические группы. Но только спустя почти 30 лет В. Д. Мазуровым, а также независимо А. И. Созутовым и Н. М. Сучковым было получено первое описание периодической группы G с заданными бесконечными централизаторами инволюций. Предполагалось, что централизатор каждой инволюции в группе G является элементарной абелевой подгруппой. Более того, результат оставался справедливым, если вместо периодичности предполагать лишь наличие в G конечной инволюции (инволюция i группы G называется конечной, если $|ii^g| < \infty$ для каждого $g \in G$). В этих исследованиях основной анализ был связан со случаем сильной вложенности в G нормализатора силовской 2-подгруппы.

В теории конечных групп понятие сильно вложенной подгруппы является фундаментальным [5]. Напомним, что собственная подгруппа B