

УДК 519.6(075.8)

К 172

Рецензенты:

д-р техн. наук, доцент *Е. А. Краснопевцев*

канд. техн. наук, доцент *С. А. Стрельцов*

Калинин С. В.

К 172

Математическое моделирование устройств и систем: учебное пособие / С. В. Калинин, Н. В. Мальцев. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2022. – 152 с.

ISBN 978-5-7782-4620-1

В настоящее время математическое моделирование устройств и систем основывается на использовании таких средств вычислительной математики, как численный анализ и численное решение краевых задач для уравнений математической физики. В настоящем пособии рассматриваются вопросы интерполяции и сглаживания экспериментальных данных, численного вычисления интегралов, а также введения в численные методы решения краевых задач методом сеток и методом конечных элементов.

Материал пособия предназначен для обучения магистров по направлению 11.04.04 «Электроника и нанoeлектроника». Он может быть также полезен для будущих бакалавров и магистров других специальностей факультета РЭФ НГТУ, желающих углубить свои знания в области математического моделирования с использованием современных численных методов вычислительной математики.

Пособие подготовлено на кафедре полупроводниковых приборов и микроэлектроники НГТУ.

УДК 519.6(075.8)

**Калинин Сергей Васильевич
Мальцев Никита Вячеславович**

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УСТРОЙСТВ И СИСТЕМ

Учебное пособие

Редактор *И.Л. Кескевич*

Выпускающий редактор *И.П. Брованова*

Корректор *И.Е. Семенова*

Дизайн обложки *А.В. Ладыжская*

Компьютерная верстка *Л.А. Веселовская*

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции

Издание соответствует коду 95 3000 ОК 005-93 (ОКП)

Подписано в печать 21.02.2022. Формат 60 × 84 1/16. Бумага офсетная. Тираж 50 экз.

Уч.-изд. л. 8,83. Печ. л. 9,5. Изд. № 208/21. Заказ № 98. Цена договорная

Отпечатано в типографии

Новосибирского государственного технического университета

630073, г. Новосибирск, пр. К. Маркса, 20

ISBN 978-5-7782-4620-1

© Калинин С. В., Мальцев Н. В., 2022

© Новосибирский государственный
технический университет, 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----------|
| Список сокращений и условных обозначений | 3 |
| Предисловие | 5 |
| Глава 1. Интерполяционное моделирование кривой по экспериментальным точкам | 9 |
| 1.1. Интерполяция сеточных функций | 9 |
| 1.1.1. Постановка задачи интерполяции | 9 |
| 1.1.2. Методы интерполяции | 12 |
| 1.2. Глобальная полиномиальная интерполяция | 13 |
| 1.2.1. Метод неопределенных коэффициентов | 14 |
| 1.2.2. Интерполяция с помощью полиномов Лагранжа | 15 |
| 1.2.3. Интерполяция с помощью полиномов Ньютона | 16 |
| 1.2.4. О точности полиномиальной интерполяции | 21 |
| 1.2.5. Феномен Рунге (явление Рунге) | 23 |
| 1.2.6. Основные выводы о глобальной интерполяции алгебраическими полиномами | 26 |
| 1.3. Интерполяция сплайнами | 27 |
| 1.3.1. Основные идеи, термины и определения | 27 |
| 1.3.2. Кусочно-линейная интерполяция | 29 |
| 1.3.3. Интерполяция кубическими сплайнами | 31 |
| 1.3.4. Основной алгоритм интерполяции кубическими сплайнами | 34 |
| 1.3.5. Аппроксимационные модели. Сглаживающий кубический сплайн | 39 |
| Контрольные вопросы к главе 1 | 45 |
| Библиографический список к главе 1 | 47 |

| | |
|--|----|
| Глава 2. Численное интегрирование | 49 |
| 2.1. Квадратурные формулы интерполяционного типа | 49 |
| 2.1.1. Первые понятия о численном интегрировании | 49 |
| 2.1.2. Простейшие квадратурные формулы прямоугольников и трапеций | 51 |
| 2.1.3. Интерполяционные формулы Ньютона–Котеса | 55 |
| 2.1.4. Формула Симпсона | 56 |
| 2.1.5. Формула Симпсона 3/8 | 59 |
| 2.1.6. Метод неопределенных коэффициентов | 60 |
| 2.1.7. Формула Рунге для апостериорной оценки погрешности численного интегрирования | 61 |
| 2.2. Интегрирование на основе метода Монте-Карло | 63 |
| 2.2.1. Метод «средних значений» | 63 |
| 2.2.2. Генераторы псевдослучайных чисел | 65 |
| 2.2.3. Геометрический метод | 66 |
| Контрольные вопросы к главе 2 | 68 |
| Библиографический список к главе 2 | 69 |
| Глава 3. Разностные методы решения краевых задач (метод сеток) | 71 |
| 3.1. Краевые задачи для уравнений математической физики | 71 |
| 3.1.1. Первые понятия о математической задаче переноса тепла | 71 |
| 3.1.2. Задача Коши для уравнения теплопроводности | 74 |
| 3.1.3. Смешанная задача и граничные условия для уравнения теплопроводности | 74 |
| 3.2. Разностный метод решения одномерной смешанной задачи для уравнения теплопроводности (метод сеток) | 78 |
| 3.2.1. Численное решение стационарной одномерной краевой задачи для уравнения теплопроводности | 78 |
| 3.2.2. Численное решение одномерной смешанной краевой задачи для уравнения теплопроводности | 80 |
| Контрольные вопросы к главе 3 | 93 |
| Библиографический список к главе 3 | 95 |
| Глава 4. Метод конечных элементов | 97 |
| 4.1. Основы метода конечных элементов | 97 |
| 4.1.1. Первые понятия о методе конечных элементов | 97 |

| | |
|---|-----|
| 4.1.2. Особенности дискретизации области моделирования..... | 100 |
| 4.1.3. Интерполирующие функции конечных элементов..... | 104 |
| 4.2. Основные численные методы конечных элементов | 110 |
| 4.2.1. Иллюстративная краевая задача | 110 |
| 4.2.2. Численное решение краевой задачи на основе вариационного принципа Ритца | 112 |
| 4.2.3. Численное решение краевой задачи на основе метода Галеркина..... | 119 |
| Контрольные вопросы к главе 4 | 125 |
| Библиографический список к главе 4 | 126 |
| Заключение..... | 128 |
| Приложения..... | 131 |
| Приложение 1. Контрольные практические задания к главе 1 | 131 |
| Приложение 2. Контрольные практические задания к главе 2 | 136 |
| Приложение 3. Контрольные практические задания к главе 3 | 140 |
| Приложение 4. Контрольные практические задания к главе 4 | 146 |