

УДК 531

Козлов В. В.

Методы качественного анализа в динамике твердого тела. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000, 256 стр.

В монографии излагаются современные математические методы качественного анализа динамических систем применительно к классической задаче о вращении твердого тела с неподвижной точкой. Рассмотренные задачи группируются вокруг трех связанных друг с другом проблем: существование однозначных аналитических интегралов, периодические решения, малые знаменатели. Эти проблемы занимают одно из центральных мест в классической механике.

Первое издание вышло в 1980 г. и давно стало библиографической редкостью. В новое издание вошла работа В. В. Козлова, посвященная исследованию уравнений Дуффинга.



Издание выполнено при финансовой поддержке
Удмуртского государственного университета

ISBN 5-93972-011-0

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2000

<http://www.rcd.ru>

Содержание

Некоторые используемые обозначения	8
От редакции	9
Предисловие	11

ГЛАВА I. Несуществование аналитических интегралов канонических систем, близких к интегрируемым

§ 1. Обобщение теоремы Пуанкаре об отсутствии аналитических интегралов	14
§ 2. Пример из динамики	22
§ 3. Несуществование частных аналитических интегралов	25
§ 4. Приложение к динамике. Вынужденные колебания математического маятника	30
<i>Исторический очерк</i>	<i>35</i>

ГЛАВА II. Задача о вращении тяжелого твердого тела с неподвижной точкой как возмущение случая Эйлера—Пуансо

§ 1. Переменные действие-угол	37
§ 2. Числа вращения и их свойства	44
§ 3. Невырожденность задачи Эйлера—Пуансо	49
§ 4. Разложение возмущающей функции	51
<i>Исторический очерк</i>	<i>53</i>

ГЛАВА III. Неинтегрируемость задачи о вращении несимметричного тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки

§ 1. Структура векового множества	55
---	----

§ 2. Задача о несуществовании нового аналитического интеграла	61
§ 3. Несуществование дополнительного интеграла, аналитического в специальных канонических переменных	63
§ 4. Несуществование дополнительного интеграла, аналитического в переменных Эйлера–Пуассона . .	68
<i>Исторический очерк</i>	72

ГЛАВА IV. Динамические эффекты, препятствующие интегрируемости уравнений движения не-симметричного тела

§ 1. Характеристические показатели. Теорема Пуанкаре о периодических решениях	74
§ 2. Возмущение равномерных движений	80
§ 3. Рождение изолированных периодических решений из семейств периодических решений задачи Эйлера–Пуансо	86
§ 4. Рождение изолированных периодических решений — препятствие к интегрируемости	97
§ 5. Теорема о расщеплении сепаратрис возмущенной задачи Эйлера–Пуансо	98
§ 6. Возмущение сепаратрис в случае Гесса–Аппельрота	105
<i>Исторический очерк</i>	106

ГЛАВА V. Несуществование однозначных интегралов и ветвление решений в динамике твердого тела

§ 1. Теорема о несуществовании однозначных интегралов	107
§ 2. Доказательство теоремы 1	111
§ 3. Приложение к задаче о вращении тяжелого твердого тела вокруг неподвижной точки	113
§ 4. Доказательство теоремы 2	116
§ 5. Приложение к вынужденным колебаниям математического маятника	120
<i>Исторический очерк</i>	125

ГЛАВА VI. Принцип наименьшего действия и периодические решения в динамике твердого тела

§ 1. Аналог теоремы Хопфа–Ринова	130
§ 2. Аналог леммы Гаусса	137
§ 3. Либрации в системах со многими степенями свободы	140
§ 4. Приложение к задаче о вращении твердого тела с неподвижной точкой в осесимметричном силовом поле	143
<i>Исторический очерк</i>	146

ГЛАВА VII. Вопросы качественного анализа движения волчка Горячева–Чаплыгина

§ 1. Разделение переменных в случае Горячева–Чаплыгина	149
§ 2. Динамические системы, возникающие на инвариантных торах задачи Горячева–Чаплыгина	152
§ 3. Задача о собственном вращении	157
§ 4. Задача о движении линии узлов	161
§ 5. Теорема о временных средних	167
<i>Исторический очерк</i>	170

ГЛАВА VIII. Финальные свойства интегралов от квазипериодических функций

§ 1. Уточнение одной теоремы Боля	173
§ 2. Теорема о возвращении	177
§ 3. Теорема о нулях	187
§ 4. Динамические системы с интегральным инвариантом на торе	189
§ 5. Приложение к задаче о движении линии узлов в случае Горячева–Чаплыгина	195
<i>Исторический очерк</i>	197

ГЛАВА IX. Вопросы качественного анализа движения волчка Ковалевской

§ 1. Динамические системы, возникающие на инвариантных торах задачи Ковалевской	199
---	-----

§ 2. Собственное вращение	206
§ 3. Теорема о поведении циклических переменных в интегрируемых системах	211
§ 4. Поведение линии узлов. Качественная картина вращения волчка Ковалевской	215
§ 5. Приложение к исследованию обобщенных лиувилевых систем	217
<i>Исторический очерк</i>	224
Литература	226
Приложение. О периодических решениях уравнений Дуффинга	234