XII. ПЛОСКО-ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА: ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

В этой главе объектом изучения остается плоско-параллельное движение твердого тела, но для этого будут применяться в основном геометрические методы построений.

1. Мгновенный центр скоростей. Обоснуем тот факт, что при $\omega \neq 0$ в данный момент на плоскости Oxy найдется единственная точка P, скорость которой $\bar{v}_P$ равна 0. Ранее этот факт обосновывался тем, что система уравнений для определения координат такой точки P имела решение, причем единственное. Теперь мы докажем существование и единственность такой точки P ее построением.

Если на плоскости Oxy существует такая точка P, что $\bar{v}_P = 0$, то $\bar{v}_P = \bar{v}_O + \bar{v}_{OP} = 0$, то есть $\bar{v}_{OP} = -\bar{v}_O$. Здесь $\bar{v}_{OP}$ – скорость точки P «относительно полюса O», она перпендикулярна $\overline{OP}$.

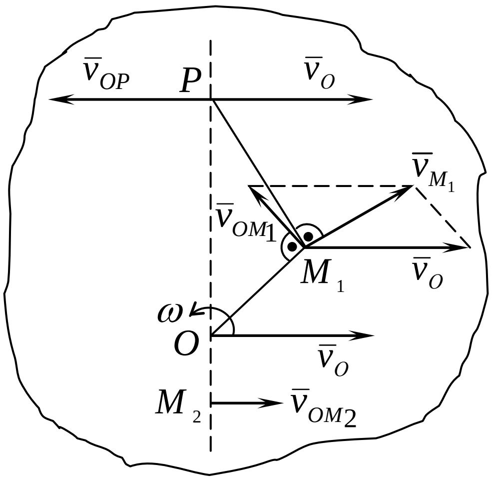

Рис. 80

$$|\bar{v}_{OP}| = |\omega| \cdot OP.$$

Можно считать, что $\bar{v}_O \neq 0$, так как, если $\bar{v}_O = 0$, то точка P уже найдена: это полюс O. Точку P следует искать только на луче, проведенном из точки O и полученном из $\bar{v}_O$ поворотом на угол, равный $\frac{\pi}{2}$, в направлении $\hat{\omega}$. В самом деле, если взять точку M_1 не на перпендикуляре к $\bar{v}_O$, проходящем через точку O, то $\bar{v}_{OP}$ не будет коллинеарен $\bar{v}_O$, а тогда $\bar{v}_{M_1} = \bar{v}_O + \bar{v}_{M_1} \neq 0$. Если же взять точку M_2 на луче, противоположном построенному, то $\bar{v}_{OM_2}$ и $\bar{v}_O$ окажутся сонаправленными, и опять $\bar{v}_{M_2} \neq 0$.

Теперь, для того чтобы выполнилось равенство $\bar{v}_P = \bar{v}_O + \bar{v}_{OP} = 0$ достаточно потребовать, чтобы $|\bar{v}_{OP}|$ был равен $|\bar{v}_O|$, т.е. $|\bar{v}_{OP}| = |\omega| \cdot OP = |\bar{v}_O|$, т.е. надо взять $OP = \dfrac{|\bar{v}_O|}{|\omega|}$. Из построения видно, что точка P единственна.

Далее, так же, как в п. **7** предыдущей главы, получим:

$$\begin{cases} \bar{v}_M = \bar{v}_O + \bar{\omega} \times \overline{OM}, \\ O = \bar{v}_P = \bar{v}_O + \bar{\omega} \times OP, \end{cases}$$

$$\bar{v}_M = \bar{\omega} \times (\overline{OM} - \overline{OP}) = \bar{\omega} \times \overline{PM},$$

$$\bar{v}_M = \bar{\omega} \times \overline{PM}\ .$$

Точка плоскости P, скорость которой в данный момент равна O, называется мгновенным центром скоростей. Картина распределения скоростей между точками тела (векторное поле скоростей) при плоско-параллельном движении (при $\omega \neq 0$) в данный момент оказывается точно такой же, как при вращении тела с угловой скоростью ω вокруг мгновенного центра скоростей P. Точка неподвижной плоскости, совпадающая в данный момент с точкой P, называется мгновенным центром вращения. Углы α, под которыми видны векторы $\bar{v}_M$ из точки P, все одинаковы, $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{|\bar{v}_M|}{PM} = |\omega|$, и равны углам, под которыми видны векторы $\bar{v}_{OM}$ из полюса O, $\dfrac{|\bar{v}_M|}{OM} = |\dot{\omega}| = \operatorname{tg}\alpha$.

2. Геометрическая картина плоско-параллельного движения. Для того чтобы задать положение или движение подвижной плоскости или плоской фигуры относительно неподвижной плоскости, достаточно задать положение или движение какого-нибудь отрезка AB, принадлежащего плоской фигуре. В самом деле, если в качестве полюса взять точку A, а вдоль $\overline{AB}$ направить ось Ax, то, зная положение A, мы будем знать координаты ξ_A, η_A и угол $x,\wedge\xi = \varphi$. Положение Ay определится само собой.