

УДК 517.9  
ББК 22.161.6  
Е80

**Ершов Н. М.**

Е80 Дифференциальные уравнения в прикладных задачах. – М.: ДМК Пресс, 2021. – 360 с.: ил.

**ISBN 978-5-97060-897-5**

Книга посвящена рассмотрению подходов к составлению обыкновенных дифференциальных уравнений, методов их решения и качественного анализа на примере решения разнообразных прикладных задач, возникающих в различных областях естественных наук.

Издание ориентировано на школьников старших классов, студентов, преподавателей и всех, интересующихся тематикой математического моделирования. Может служить дополнением к классическим учебникам по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

УДК 517.9  
ББК 22.161.6

Все права защищены. Любая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения владельцев авторских прав.

Материал, изложенный в данной книге, многократно проверен. Но, поскольку вероятность технических ошибок все равно существует, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

ISBN 978-5-97060-897-5

© Н. М. Ершов, 2021  
© Оформление, издание, ДМК Пресс, 2021

## Оглавление

	<b>Введение</b> .....	9
	<i>История • Цели издания • Литература • Структура книги • Обратная связь</i>	
<b>Глава</b>	<b>Свободное падение тел</b> .....	13
<b>1</b>	<i>Модель • Горизонтальное движение • Вертикальное движение • Общий случай</i>	
<b>Глава</b>	<b>Вращение жидкости</b> .....	21
<b>2</b>	<i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение и анализ уравнения • Приложения в астрономии</i>	
<b>Глава</b>	<b>Закон Вебера—Фехнера</b> .....	27
<b>3</b>	<i>Модель • Дифференциальное уравнение • Децибелы</i>	
<b>Глава</b>	<b>Муравей на ленте</b> .....	31
<b>4</b>	<i>Задача • Дифференциальное уравнение • Решение задачи • Равноускоренное удлинение</i>	
<b>Глава</b>	<b>Водяные часы</b> .....	35
<b>5</b>	<i>Модель • Круговой цилиндр • Равномерная шкала</i>	
<b>Глава</b>	<b>Брахистохрона</b> .....	41
<b>6</b>	<i>Задача • Принцип Ферма • Дифференциальное уравнение • Циклоида</i>	
<b>Глава</b>	<b>Элементарные химические реакции</b> .....	47
<b>7</b>	<i>Закон действующих масс • Реакции первого порядка • Реакции второго порядка</i>	
<b>Глава</b>	<b>Реактивное движение</b> .....	53
<b>8</b>	<i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение • Ракета Фау-2</i>	
<b>Глава</b>	<b>Квадратные колеса</b> .....	57
<b>9</b>	<i>Задача • Дифференциальное уравнение • Квадратное колесо • Зубчатая дорога • Приложения</i>	

Глава 10	<b>Задача о четырех жуках</b> ..... 63 <i>Кривые погони • Задача • Дифференциальное уравнение • Решение и его анализ • Общий случай</i>
Глава 11	<b>Охота на подводную лодку</b> ..... 69 <i>Задача • План решения • Дифференциальное уравнение</i>
Глава 12	<b>Трактриса</b> ..... 73 <i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение уравнения</i>
Глава 13	<b>Круговая трактриса</b> ..... 77 <i>Модель • Дифференциальное уравнение • Упрощение уравнения • Критический случай • Подкритический случай • Надкритический случай</i>
Глава 14	<b>Задача о пловце</b> ..... 83 <i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение уравнения • Анализ решения</i>
Глава 15	<b>Кривая погони</b> ..... 87 <i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение уравнения • Анализ решения</i>
Глава 16	<b>Барометрическая формула</b> ..... 93 <i>Задача • Дифференциальное уравнение • Изотермический случай</i>
Глава 17	<b>Радиоуглеродный метод</b> ..... 99 <i>Радиоактивный распад • Дифференциальное уравнение • Период полураспада • Радиоуглеродный метод</i>
Глава 18	<b>Температурные волны</b> ..... 103 <i>Закон Ньютона—Рихмана • Переменная температура среды • Решение уравнения • Анализ решения</i>
Глава 19	<b>Задачи на растворы</b> ..... 109 <i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение • Анализ решения • Пример</i>
Глава 20	<b>Модель естественного роста</b> ..... 113 <i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение и анализ • Пример</i>
Глава 21	<b>Модель Ферхюльста</b> ..... 117 <i>Модель • Решение уравнения</i>
Глава 22	<b>Модель со сбором урожая</b> ..... 121 <i>Модель • Решение уравнения • Бифуркационная диаграмма</i>

Глава	<b>Кошки-мышки</b>	127
23	<i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение уравнения • Анализ решения</i>	
Глава	<b>Общая трактриса</b>	131
24	<i>Модель • Уравнение Риккати • Метод Эйлера</i>	
Глава	<b>Игра в прятки</b>	137
25	<i>Модель • Дифференциальное уравнение • Частный случай • Общий случай</i>	
Глава	<b>Табулирование функций</b>	143
26	<i>Математические таблицы • Задача • Методы Рунге—Кутты • Численный эксперимент</i>	
Глава	<b>Свободное падение тел в жидкости</b>	149
27	<i>Силы сопротивления • Модель • Решение уравнения • Анализ решения</i>	
Глава	<b>Свободное падение тел в воздухе</b>	153
28	<i>Модель • Дифференциальное уравнение • Решение уравнения</i>	
Глава	<b>Ортогональные траектории</b>	157
29	<i>Ортогональные семейства кривых • Дифференциальное уравнение семейства кривых • Ортогональные кривые • Пример</i>	
Глава	<b>Эллиптическая система координат</b>	163
30	<i>Конфокальные эллипсы • Дифференциальное уравнение • Решение уравнения</i>	
Глава	<b>Биполярные координаты</b>	169
31	<i>Биполярные системы координат • Окружности Аполлония • Ортогональные траектории</i>	
Глава	<b>Изогональные траектории</b>	173
32	<i>Изогональные траектории • Модельная задача навигации • Дифференциальное уравнение • Локсодромы</i>	
Глава	<b>Каустики</b>	177
33	<i>Каустики и огибающие • Модель • Дифференциальное уравнение</i>	
Глава	<b>Математическая вышивка</b>	181
34	<i>Задача • Вышивка на круге</i>	
Глава	<b>Шуховская башня</b>	185
35	<i>Башни Шухова • Задача • Огибающая</i>	