

УДК 519.1/.6 (075.8)  
ББК 22.143 я73  
В 93

Печатается по решению  
редакционно-издательского совета  
Северо-Кавказского  
федерального университета

В 93     **Высшая алгебра:** учебное пособие (курс лекций) / В. В. Бондарь, О. Д. Роженко, А. А. Смирнов, О. И. Скворцова. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2018. – 154 с.

Пособие подготовлено в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования.

Предназначено для студентов бакалавриата, обучающихся по направлению подготовки 03.03.02 Физика

УДК 519.1/.6 (075.8)  
ББК 22.143 я73

*Авторы-составители:*

канд. физ.-мат. наук, доцент **В. В. Бондарь**,  
канд. пед. наук, доцент **О. Д. Роженко**,  
доктор техн. наук, проф. **А. А. Смирнов**,  
ст. преп. **О. И. Скворцова**

*Рецензенты:*

доктор физ.-мат. наук, доц., профессор **Р. Г. Закинян**,  
канд. физ.-мат. наук, доцент **А. А. Вендина**  
(Ставропольский государственный педагогический институт)

© ФГАОУ ВО «Северо-Кавказский  
федеральный университет», 2018

# СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие .....	6
1. Матрицы.....	8
1.1. Матрицы и их виды .....	8
1.2. Операции над матрицами и их свойства .....	11
1.3. Ранг матрицы. Элементарные преобразования матриц.....	14
2. Определители .....	19
2.1. Перестановки. Построение определителя $n$ -го порядка .....	19
2.2. Определители малых порядков и их вычисление.....	22
2.3. Свойства определителей .....	23
2.4. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке или столбцу.....	24
3. Системы $n$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными .....	29
3.1. Основные понятия и определения систем линейных уравнений .....	30
3.2. Обратная матрица. Условие обратимости матрицы.....	32
3.3. Способы вычисления обратной матрицы .....	33
3.4. Системы с квадратной невырожденной матрицей. Правило Крамера и матричный метод решения.....	36
4. Системы $m$ линейных алгебраических уравнений с $n$ неизвестными .....	43
4.1. Метод Гаусса .....	43
4.2. Теорема Кронекера-Капелли и следствия из нее.....	50
4.3. Системы линейных однородных уравнений.....	51
5. Алгебраические структуры.....	54
5.1. Алгебраические операции и их свойства. Понятие об алгебраических структурах .....	54
5.2. Группоиды. Полугруппы и группы .....	58

5.3. Кольца и поля.....	61
5.4. Построение поля комплексных чисел. Алгебраическая форма комплексного числа.....	66
5.5. Геометрическое изображение комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа .....	69
6. Линейные пространства и подпространства .....	79
6.1. Определение, примеры и свойства линейных пространств.....	79
6.2. Линейная зависимость векторов. Свойства систем векторов. Базис и ранг системы векторов .....	82
6.3. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора. Преобразование координат вектора при переходе к другому базису .....	85
6.4. Изоморфизм линейных пространств .....	90
6.5. Линейные подпространства, линейная оболочка системы векторов. Пространство решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений .....	91
7. Евклидово пространство .....	100
7.1. Скалярное произведение векторов. Определение и примеры евклидовых пространств.....	100
7.2. Основные метрические понятия: норма вектора, угол и расстояние между векторами.....	102
7.3. Ортогональные векторы. Ортогональные и ортонормированные базисы.....	106
7.4. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта .....	108
7.5. Изометрия евклидовых пространств.....	113
8. Линейные операторы (преобразования) .....	117
8.1. Определение, примеры и свойства линейных операторов.....	117
8.2. Матрица линейного оператора. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к другому базису.....	119
8.3. Ядро, образ, ранг и дефект линейного оператора.....	124
8.4. Действия над линейными операторами .....	127

9. Спектральная теория линейных операторов.....	133
9.1. Инвариантные подпространства линейных пространств .....	133
9.2. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Собственное подпространство.....	134
9.3. Нахождение собственных векторов и собственных значений линейного оператора. Характеристический многочлен.....	136
9.4. Линейный оператор простой структуры. Каноническое разложение матрицы линейного оператора.....	141
Заключение .....	151
Рекомендуемая литература и источники .....	153