

Министерство образования и науки Российской Федерации
НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Т.В. АВДЕЕНКО

КОМПЬЮТЕРНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Утверждено
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного пособия

НОВОСИБИРСК
2008

УДК 519.246.8:004(075.8)
А 187

***Инновационная образовательная программа НГТУ
«Высокие технологии»***

Рецензенты:

В.В. Губарев, д-р техн. наук, проф. ;
Г.С. Лбов, гл. научн. сотрудник Института математики СО РАН

Работа выполнена
на кафедре экономической информатики
для студентов 5-го курса факультета бизнеса
и факультета прикладной математики

Авдеенко Т.В.

А 187 Компьютерные методы анализа временных рядов и прогнозирования : учеб. пособие / Т.В. Авдеенко. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2008. – 272 с.

ISBN 978-5-7782-1098-1

Учебное пособие посвящено построению статистических моделей временных рядов и прогнозированию на основе моделирования. В первой части рассматриваются модели декомпозиции и сглаживания. Во второй части дается развернутое изложение методологии ARIMA. В рамках этой методологии рассматриваются не только модели стационарных, нестационарных и сезонных временных рядов, но и модели рядов с интервенциями и выбросами. Изложение математической теории сопровождается изложением методологии анализа и рассмотрением конкретных примеров построения математических моделей по реальным данным в системе Statistica.

Материалы пособия апробированы при проведении занятий по дисциплинам «Математическое обеспечение систем обработки данных» и «Компьютерные методы статистического анализа и прогнозирования» в Новосибирском государственном техническом университете.

УДК 519.246.8:004(075.8)

ISBN 978-5-7782-1098-1

© Авдеенко Т.В., 2008
© Новосибирский государственный

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
Часть I. Анализ временных рядов с использованием классической методологии декомпозиции и сглаживания	4
1. Введение	4
1.1. Основные понятия и типы временных рядов	4
1.2. Обзор возможностей системы <i>Statistica</i> для анализа временных рядов	11
2. Классическая декомпозиция и сглаживание временных рядов	15
2.1. Основные компоненты классической декомпозиции временных рядов	15
2.2. Сглаживание данных	20
2.2.1. Сглаживание методом скользящего среднего (скользящей медианы)	21
2.2.2. Метод экспоненциального сглаживания	29
2.2.2.1. Простое экспоненциальное сглаживание	29
2.2.2.2. Двухпараметрическое экспоненциальное сглаживание	32
2.2.2.3. Экспоненциальное сглаживание сезонных данных	34
2.2.2.4. Оценка точности предсказания и качества модели	36
2.2.2.5. Экспоненциальное сглаживание в системе <i>Statistica</i>	38
2.2.2.6. Экспоненциальное сглаживание временного ряда авиаперевозок	45
2.3. Сезонная декомпозиция временных рядов	50
2.3.1. Классическая сезонная декомпозиция	50
2.3.2. Сезонная декомпозиция временного ряда применительно к исходным данным, характеризующим работу терминала в сети платежной системы	56

Часть II. Анализ временных рядов с использованием методологии ARIMA	65
3. Введение в методологию ARIMA	65
3.1. Теоретические основы анализа временных рядов с использованием методологии ARIMA.....	65
3.2. Автоковариационная и автокорреляционная функции.....	68
3.2.1. Автоковариационная функция.....	68
3.2.2. Частная автокорреляционная функция	70
3.3. Процесс белого шума.....	76
3.4. Оценивание математического ожидания, автоковариаций и автокорреляций	78
3.4.1. Выборочные среднее	78
3.4.2. Выборочная автоковариационная и автокорреляционная функции	79
3.4.3. Выборочная частная автокорреляционная функция.....	82
3.5. Теоретические представления процессов временных рядов	83
3.5.1. Представление процессов с помощью модели скользящего среднего.....	83
3.5.2. Представление процессов с помощью модели авторегрессии.....	86
4. Модели стационарных временных рядов	87
4.1. Модели стационарных временных рядов конечного порядка.....	87
4.2. Модели процессов авторегрессии	88
4.2.1. Модель AR(1) – авторегрессия первого порядка	89
4.2.1.1. Теоретическая автокорреляционная функция для процесса AR(1)	89
4.2.1.2. Частная автокорреляционная функция для процесса AR(1)	90
4.2.2. Модель AR(2) – авторегрессия второго порядка	91
4.2.2.1. Теоретическая автокорреляционная функция для процесса AR(2)	94
4.2.2.2. Частная автокорреляционная функция для процесса AR(2)	95
4.2.3. Общая модель AR(p) авторегрессии порядка p	96
4.3. Модели процессов скользящего среднего	99
4.3.1. Модель MA(1) – скользящее среднее первого порядка.....	99
4.3.1.1. АКФ процесса MA(1)	100
4.3.1.2. ЧАКФ процесса MA(1).....	101

4.3.2. Модель $MA(2)$ – скользящее среднее второго порядка	102
4.3.2.1. АКФ процесса $MA(2)$	103
4.3.2.2. ЧАКФ процесса $MA(2)$	104
4.3.3. Общая модель скользящего среднего $MA(q)$	104
4.4. Авторегрессионные процессы скользящего среднего $ARMA(p, q)$	106
4.4.1. АКФ для процесса $ARMA(p, q)$	107
4.4.2. ЧАКФ для процесса $ARMA(p, q)$	108
4.4.3. Процесс $ARMA(1, 1)$	108
4.4.3.1. АКФ для процесса $ARMA(1, 1)$	109
4.4.3.2. ЧАКФ для процесса $ARMA(1, 1)$	110
5. Модели нестационарных временных рядов.....	113
5.1. Нестационарность по отношению к среднему.....	113
5.1.1. Модели с детерминированным трендом	114
5.1.2. Модели стохастического тренда и оператор взятия разности	115
5.1.3. Модель авторегрессии с проинтегрированным скользящим средним	116
5.1.3.1. Модель случайного блуждания	117
5.1.3.2. Модель $ARIMA(0, 1, 1)$, или $IMA(1, 1)$	120
5.2. Нестационарность по отношению к дисперсии и автоковариации	121
5.2.1. Нестационарность по дисперсии и автоковариации процесса $ARIMA$	121
5.2.2. Преобразования, стабилизирующие дисперсию	123
6. Идентификация модели $ARIMA$	127
6.1. Этапы идентификации модели $ARIMA$	127
6.1.1. Этап 1. Построение графика ряда и использование преобразования, стабилизирующего дисперсию	127
6.1.2. Этап 2. Приведение однородно нестационарного ряда к стационарному с помощью операции взятия разности	129
6.1.3. Этап 3. Идентификация стационарного временного ряда.....	129
6.1.4. Этап 4. Проверка наличия детерминированного тренда	131
7. Расширение методологии $ARIMA$ для анализа сезонных временных рядов	132
7.1. Традиционные методы учета сезонности временного ряда. Регрессионный метод	134
7.2. Сезонные $ARIMA$ -модели	136

7.3. Вычисление автокорреляционной функции для модели авиа-перевозок	139
7.4. Общая сезонная ARIMA-модель	141
8. Оценивание параметров модели ARIMA	142
8.1. Метод моментов	143
8.2. Метод максимального правдоподобия	146
8.2.1. Метод условного максимального правдоподобия	146
8.2.2. Способы определения начальных условий для метода условного максимального правдоподобия. Метод обратного прогноза	147
8.2.3. Точные функции правдоподобия	151
8.2.4. Описание процедуры нелинейного оценивания	154
8.2.5. Свойства оценок параметров	158
8.3. Оценивание обычным МНК в анализе временных рядов	160
8.4. Диагностика модели	162
8.5. Критерии выбора альтернативных моделей	165
9. Анализ временных рядов с использованием методологии ARIMA	167
9.1. Анализ временного ряда Вульфа ежегодного числа солнечных пятен, снятый с 1700 по 1983 год	167
9.2. Анализ временного ряда колебаний индекса Доу-Джонса в 1980-х годах	180
9.3. Анализ сезонного временного ряда	186
10. Анализ интервенций и определение выбросов	194
10.1. Анализ интервенций	195
10.1.1. Модель интервенций	195
10.1.2. Анализ моделей с интервенцией в системе <i>Statistica</i>	200
10.1.3. Примеры анализа интервенций	208
10.1.3.1. Анализ временного ряда реализации сладких вин в Австралии	208
10.1.3.2. Анализ временного ряда анализа инвестиций Гонконга	213
10.2. Выбросы временных рядов	223
10.2.1. Аддитивные и инновационные выбросы	224
10.2.2. Оценивание эффекта выброса при известном времени выброса	225
10.2.3. Определение выбросов с использованием итерационной процедуры	227

10.3. Замечания по использованию методологии анализа интервенций и определения выбросов	229
11. Прогнозирование.....	230
11.1. Прогнозирование для модели ARMA.....	231
11.2. Прогнозирование для модели ARIMA.....	234
11.3. Вычисление прогнозов.....	237
11.4. ARIMA-прогноз как взвешенное среднее наблюдений временного ряда	240
11.5. Обновление прогнозов	244
11.6. Эвентуальные функции прогноза	245
11.6.1. Общая формула вычисления эвентуальной функции прогноза.....	245
11.6.2. Примеры вычисления эвентуальной функции прогноза	247
Упражнения	249
Библиографический список	266