

А.А. Егоров, К.П. Ловецкий,  
Л.А. Севастьянов, А.А. Хохлов

**МЕТОД СВЯЗАННЫХ ВОЛН  
РАСЧЕТА ДИФРАКЦИОННЫХ  
ТОНКОПЛЕНОЧНЫХ  
ОПТИЧЕСКИХ СТРУКТУР**

*Учебное пособие*

Москва  
Российский университет дружбы народов  
2011

ББК 22.1  
Е 30

Утверждено  
РИС Ученого совета  
Российского университета  
дружбы народов

**Рецензент –**

кандидат физико-математических наук *Д.Д. Грачев*

**Егоров А.А., Ловецкий К.П.,  
Севастьянов Л.А., Хохлов А.А.**

Е 30 Метод связанных волн расчета дифракционных тонкопленочных оптических структур: Учеб. пособие. – М.: РУДН, 2011. – 164 с.: ил.

ISBN 978-5-209-03572-5

Пособие посвящено изложению метода связанных волн и его применениям к решению задач расчета тонкопленочных дифракционных решеток. Метод является наиболее эффективным в случае анализа бинарных оптических решеток, однако с дополнительными условиями применим также и к решеткам с более сложным профилем.

Приведен подробный вывод расчетных формул для случаев ТЕ- и ТМ-поляризованных волн, а также случая конической дифракции. Изложены численно устойчивые методы определения интенсивностей пропускания и отражения дифракционных решеток.

Для студентов бакалавриата, обучающихся по направлениям 010300 «Математика. Компьютерные науки», 010400 «Информационные технологии» или 010500 «Прикладная математика и информатика», и студентов магистратуры, обучающихся по магистерской программе «Математическое моделирование оптических наноструктур». Может быть полезно для студентов и аспирантов, обучающихся по направлениям (специальностям) 551906 «Компьютерная оптика», 551901 «Прикладная оптика», 511500 «Радиофизика», 510201 «Математическая физика» и 510417 «Теоретическая и математическая физика».

ISBN 978-5-209-03572-5

ББК 22.1

© Егоров А.А., Ловецкий К.П., Севастьянов Л.А., Хохлов А.А., 2011  
© Российский университет дружбы народов, Издательство, 2011

## ***Общее описание курса***

Курс «Метод связанных волн расчета дифракционных тонкопленочных оптических структур» является составной частью магистерской программы «Математическое моделирование оптических наноструктур». Магистерская программа «Математическое моделирование оптических наноструктур» реализуется в рамках направления «Прикладная математика и информатика». В составе магистерской программы «Математическое моделирование оптических наноструктур» курс «Метод связанных волн расчета дифракционных тонкопленочных оптических структур» является обязательным, привязанным к семестру. Для других магистерских программ этот курс может быть курсом по выбору без привязки к семестру или факультативным на усмотрение методической комиссии программы. Курс носит теоретический характер, также в процессе его изучения студенты могут ознакомиться с методиками работы на новейшем измерительном оборудовании, при помощи которого можно на реальных примерах верифицировать полученные численные результаты.

Целью курса является подробное ознакомление студентов с устойчивыми современными методами численного решения математических задач, возникающих при изучении взаимодействия электромагнитного излучения в области светового диапазона с веществом. Эта область знаний особенно быстро развивается в последние годы в связи с широким применением наноэлементов и тонких (менее одного микрометра толщиной) пленок, используемых в производстве жидкокристаллических дисплеев, солнечных батарей на основе фотоэмиссионных диодов, просветляющих покрытий, поляризаторов, миниатюрных лазеров, управляемых оптических элементов. Практически значимые задачи оптики наноструктур не поддаются аналитическому решению, поэтому важным является не только освоение теоретического материала, но и изучение эффективных численных методов, используемых при решении данного класса задач, приобретение навыков создания программного обеспечения для численного моделирования различных оптических наноструктур.

Задачей курса «Метод связанных волн расчета дифракционных тонкопленочных оптических структур» является формирование у студентов навыков работы на современной измерительной аппаратуре, а также обучение использованию численных методов решения задач моделирования современных оптических устройств на основе тонкопленочных покрытий и дифракционных оптических элементов. Это позволит им при необходимости разрабатывать новое программное обеспечение. Безусловной задачей курса

является также освоение существующего программного обеспечения, ориентированного на расчет и проектирование оптических покрытий. В результате обучения студенты получают умение и навыки правильно оценить сложность научно-исследовательских и конструкторских заданий на разработку дифракционных оптических элементов и устройств, аргументированно выбирать метод решения конструкторской задачи, экономично и эффективно выполнять компьютерный дизайн требуемого дифракционного оптического покрытия или устройства.

## Содержание

Общее описание курса.....	3
Тема 1. Знакомство с дифракционными решетками и численными методами решения уравнений Максвелла.....	5
1.1. Дифракционные решетки. Основы метода Рэлея. Основы метода связанных волн .....	5
Дифракционные решетки .....	5
Физические основы метода Рэлея .....	8
Метод связанных волн (общие основы метода) .....	17
1.2. Численные методы расчета дифракции плоских волн на периодических структурах. ....	19
Тема 2. Одномерные дифракционные решетки .....	28
2.1. Дифракция поляризованной монохроматической волны .....	28
2.2. Дифракция ТЕ-поляризованной волны на одномерной решетке ..	38
2.3. Дифракция ТМ-поляризованной волны на одномерной решетке.....	44
Тема 3. Особенности численной реализации метода. ....	52
3.1. Численная дискретизация функции диэлектрической проницаемости, вычисление коэффициентов Фурье .....	52
Схема вычислений .....	53
Коэффициенты Фурье .....	53
3.2. Свойства теплицевых матриц. Обращение теплицевых матриц ...	58
Решение систем линейных алгебраических уравнений с теплицевыми матрицами над полем комплексных чисел .....	63
3.3. Устойчивый метод решения задачи дифракции ТМ-поляризованной волны на одномерной бинарной решетке .....	65
Проекция волнового вектора.....	65
Форма профиля .....	66
Уравнения Максвелла (по координатам).....	66
Разложения в ряд Фурье составляющих электромагнитного вектора .....	67
Замена координат по оси $z$ .....	67
Компоненты уравнения Максвелла и их представление через ряды Фурье .....	68
Преобразование уравнения (3.39). ....	68
Преобразование уравнения (3.40). ....	70
Граничные условия .....	73
Тема 4. Устойчивый метод решения задачи конической дифракции на одномерной бинарной решетке.....	75
4.1. Геометрия падающих плоских электромагнитных линейно-поляризованных волн.....	75
4.2. Электрическое поле падающей волны .....	76
4.3. Проекция волнового вектора.....	77
4.4. Профиль дифракционной решетки.....	78
4.5. Уравнения для определения Фурье-компонент решения .....	79

4.6. Построение решения .....	84
4.7. Граничные условия .....	85
4.8. Компоненты падающей волны.....	87
4.9. Компоненты отраженной и преломленной волн.....	88
4.10. Условия на верхней границе $z = 0$ .....	90
4.11. Условия на нижней границе при $z = d$ .....	92
4.12. Расчетные формулы .....	94
Тема 5. Многослойные дифракционные решетки .....	101
5.1. Отражение и пропускание света многослойным покрытием, состоящим из однородных слоев.....	101
5.2. Численно устойчивая модификация метода матрицы перехода .	105
5.3. Формулировка точного метода связанных волн для многослойных решеток с рельефной поверхностью .....	106
5.4. Численно устойчивый метод для покрытий со сложным профилем .....	111
Алгоритм вычисления всех коэффициентов.....	111
Метод получения частичного решения .....	113
5.5. Сводка расчетных формул.....	114
Описание и программа курса «Метод связанных волн расчета дифракционных тонкопленочных оптических структур» .....	118
Структура курса (с указанием количества часов аудиторных/самостоятельной работы на темы).....	121
Темы семинарских и практических занятий.....	124
Темы коллоквиумов и контрольных работ .....	124
Описание системы контроля знаний: .....	125
Шкала оценок, итоговые оценки (методика выставления).....	126
Программа курса УМК: .....	127
Список обязательной литературы. ....	128
Список дополнительной литературы и источников в интернете. ....	128
Темы рефератов. ....	131
Темы курсовых работ .....	131
Календарный план .....	132
Пример курсовой работы.....	140
Теплицевы матрицы. Алгоритмы обращения теплицевых матриц. Решение систем линейных алгебраических уравнений с теплицевыми матрицами.....	140
Задачи, приводящие к системам линейных уравнений с теплицевыми матрицами .....	141
Предварительные теоретические сведения .....	141
Свойства теплицевых матриц. Обратные матрицы. ....	141
Решение систем линейных алгебраических уравнений с теплицевыми матрицами над полем комплексных чисел.....	146
Программная реализация.....	149