

УДК 519.46

Интернет-магазин

**MATHESIS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии

**Шубников А. В., Копцик В. А.**

Симметрия в науке и искусстве. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, 560 стр.

За годы, прошедшие со дня выхода в свет первого издания данной книги, в классическое учение о симметрии добавились новые обширные разделы, такие как антисимметрия, цветная симметрия, симметрия многомерных пространств и т. д. Обогащенная новыми результатами, популярно изложенными комментариями, рисунками и примерами, книга может рассматриваться как монография, а также как учебник или справочник.

Для широкого круга читателей.

**ISBN 5-93972-243-1**

© А. В. Шубников, В. А. Копцик, 2004

© Институт компьютерных исследований, 2004

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

<b>Предисловие к третьему изданию</b> . . . . .	10
<b>Из предисловия к второму изданию «Симметрия в науке и искусстве»</b> . . . . .	16
<b>ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ. ОТ ИНТУИТИВНЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ К ОПРЕДЕЛЕНИЮ СИММЕТРИИ</b> . . . . .	19
Понятие равенства как основа геометрической закономерности и учения о симметрии . . . . .	19
Геометрическая закономерность . . . . .	20
Симметрия как особый род геометрической закономерности . . . . .	22
Симметрия, красота форм и гармония . . . . .	25
<b>ГЛАВА 2. СИММЕТРИЯ ОДНОСТОРОННИХ РОЗЕТОК</b> . . . . .	28
Плоскость симметрии. Симметрия животных, растений, машин и т. д. . . . .	28
Ось симметрии. Принцип вращения и симметрия процессов, протекающих во времени . . . . .	30
Энантиоморфизм. Правизна и левизна фигур . . . . .	33
Комбинация оси симметрии с плоскостями симметрии . . . . .	37
Вырезывание симметричных розеток из бумаги. Роль физических процессов, обуславливающих образование симметричных розеток . . . . .	44
Понятие о полярных и неполярных плоскостях и осях . . . . .	53
Особенные точки, прямые и плоскости. Кратность точек . . . . .	54
Точное определение понятия односторонней розетки . . . . .	56
<b>ГЛАВА 3. СИММЕТРИЯ ФИГУР С ОСОБЕННОЙ ТОЧКОЙ</b> . . . . .	57
Зеркально-поворотная ось симметрии и ее частный случай — центр симметрии. Значение этих элементов для изучения симметрии кристаллов. Параллельность и антипараллельность ориентированных отрезков и плоскостей . . . . .	57
Ось симметрии с перпендикулярной плоскостью. Вращающиеся части машин. Кристаллы. Симметрия электрического вольтова столба и цилиндрического магнита . . . . .	62

Комбинация главной оси с продольными и поперечными плоскостями симметрии. Снежинки, детали машин, предметы быта . . . . .	66
Комбинация главной оси с поперечными осями второго порядка. Скрученные формы. Вращение плоскости поляризации . . . . .	67
Другая комбинация главной оси с плоскостями и осями второго порядка . . . . .	71
Правильные многогранники . . . . .	71
Два вида симметрии шара. Оптически вращающие жидкости. Сферолиты . . . . .	75
Полный обзор видов симметрии фигур с особенной точкой. Сферические и стереографические проекции элементов симметрии . . . . .	79
Два типа фигур с особенной точкой. Односторонние и двусторонние розетки . . . . .	82
Сопоставление симметрии кристаллов и организмов. Координатные и бескоординатные обозначения видов симметрии	82
Калейдоскопы Федорова для воспроизведения фигур с особенной точкой . . . . .	85
Симметричные системы эквивалентных точек. Молекулы .	86
Симметричные пучки прямых и многогранника. Простые формы . . . . .	89
Симметрия и структурные формулы молекул . . . . .	92
Симметрия направленных величин. Векторы и тензоры . .	93
Заключительные замечания . . . . .	96
<b>ГЛАВА 4. СИММЕТРИЯ БОРДЮРОВ . . . . .</b>	<b>97</b>
Ось переносов как необходимый элемент симметрии бордюров. Декорирование подземных переходов и проходов метро . . . . .	97
Плоскость скользящего отражения . . . . .	100
Комбинация оси переносов с поперечными осями второго порядка. Декорирование проходов для встречного движения	102
Другие виды симметрии бордюров . . . . .	104
Калейдоскопы для образования бордюров . . . . .	109
Обзор семи видов симметрии бордюров . . . . .	109
<b>ГЛАВА 5. СИММЕТРИЯ ЛЕНТ . . . . .</b>	<b>112</b>
Винтовая ось симметрии второго порядка . . . . .	112
Тридцать один вид симметрии лент . . . . .	114
Вырезывание лент из бумаги . . . . .	117

<b>ГЛАВА 6. СИММЕТРИЯ СТЕРЖНЕЙ</b> . . . . .	119
Рациональные и иррациональные винтовые оси симметрии. Винт . . . . .	119
Общая идея вывода всех видов симметрии стержней . . . . .	121
Стержни, составленные из элементарных фигур с одной осью симметрии . . . . .	121
Стержни, порождаемые фигурами одной зеркально-поворотной осью . . . . .	124
Стержни, порождаемые фигурами с симметрией $n : m$ (ось $n$ и поперечная плоскость симметрии) . . . . .	126
Стержни, порождаемые фигурами с симметрией $n \cdot m$ (ось $n$ и продольные плоскости симметрии) . . . . .	127
Стержни, порождаемые фигурами с симметрией $n : 2$ (ось $n$ и поперечные оси второго порядка) . . . . .	128
Стержни, порождаемые фигурами с симметрией $2n \cdot m$ (ось $2n$ и продольные плоскости симметрии) . . . . .	130
Стержни, порождаемые фигурами с симметрией $m \cdot n : m$ (ось $n$ , продольные и поперечные плоскости симметрии) . . . . .	131
Обзор типов симметрии стержней с конечными и бесконечными переносами . . . . .	131
Предельные типы симметрии стержней. Валы со шкивами. Винты. Одномерные континуумы и дисконтинуумы . . . . .	133
Некоторые обобщения. Единый принцип построения симметричных фигур в трехмерном пространстве . . . . .	140
<b>ГЛАВА 7. СИММЕТРИЯ СЕТЧАТЫХ ОРНАМЕНТОВ. ДВУМЕРНЫЕ КONTИНУУМЫ И СЕМИКONTИНУУМЫ</b> . . . . .	146
Плоские сетки . . . . .	147
Семнадцать видов симметрии сетчатых орнаментов. Примеры народных орнаментов . . . . .	151
Проекции элементов симметрии для сетчатых орнаментов. Координатные и бескоординатные обозначения видов симметрии . . . . .	167
Сетчатый орнамент в природе, технике и искусстве . . . . .	170
Суперпозиция сетчатых орнаментов и ее технические применения. Формула Вульфа – Брагга. Биения . . . . .	172
Вырезывание сетчатых орнаментов из бумаги . . . . .	183
Калейдоскопы для сетчатых орнаментов . . . . .	184
Параллелогоны и планигоны, их использование для паркетов . . . . .	186
Правильные системы точек. Закон сохранения произведений кратности точек на их относительные числа . . . . .	188
Плоские изогоны и изоэдры. Паркеты . . . . .	190

Смещение стилей и особенности восприятия вертикальных плоскостей . . . . .	194
Односторонние плоские континуумы . . . . .	197
Односторонние плоские семиконтинуумы . . . . .	200
<b>ГЛАВА 8. СИММЕТРИЯ СЛОЕВ . . . . .</b>	<b>203</b>
Элементы симметрии слоев . . . . .	203
Общая идея вывода, изображения и обозначения симметричных слоев . . . . .	204
Восемьдесят видов симметрии слоев . . . . .	205
Двусторонние плоские континуумы и семиконтинуумы . . . . .	205
Систематика групп симметрии . . . . .	210
<b>ГЛАВА 9. СИММЕТРИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВ — ДИСКОНТИНУУМОВ И КОНТИНУУМОВ . . . . .</b>	<b>213</b>
Калейдоскопы для образования трехмерно-периодических дисконтинуумов наивысшей симметрии . . . . .	214
Пространственные решетки и группы параллельных переносов . . . . .	217
Двести тридцать пространственных групп симметрии дисконтинуума. Структура кристаллов . . . . .	221
Плотнейшая укладка шаров. Ее значение для кристаллографии и строительной техники . . . . .	231
Параллелоэдры и стереэдры Федорова . . . . .	237
Закон кратных отношений в структурной кристаллографии и химии . . . . .	238
Пространственные семиконтинуумы с двумя осями непрерывных переносов. Примеры семиконтинуумов первого рода . . . . .	241
Семиконтинуумы с одной осью непрерывных переносов . . . . .	243
Симметрия трехмерного континуума . . . . .	244
<b>ГЛАВА 10. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ГРУПП. КЛАССИЧЕСКИЕ КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ ГРУППЫ . . . . .</b>	<b>248</b>
Определение понятия группы. Группы преобразований геометрических и физических объектов. Абстрактные группы . . . . .	248
Пример кристаллографической группы $2/m$ . Группы перестановок и ортогональных матриц, изоморфные группе $2/m$ . . . . .	250
Некоторые свойства групп. Подгруппы. Фактор-группы. Гомоморфное соответствие групп . . . . .	254

Расширения групп с помощью прямых, полупрямых и условных произведений. Кристаллографические группы как расширения групп вращений . . . . .	257
Пространственные (федоровские) группы $\Phi$ как расширения трансляционных групп $T$ с помощью кристаллографических групп $G$ и изоморфных им групп по модулю $G^T$ .	264

**ГЛАВА 11. ГРУППЫ ОБОБЩЕННОЙ СИММЕТРИИ. АНТИСИММЕТРИЯ И ЦВЕТНАЯ СИММЕТРИЯ . . . . . 276**

Точечные кристаллографические группы антисимметрии как расширения классических кристаллографических групп с помощью групп $1', 2', m', \bar{1}', 4'(\text{mod } 2), \bar{4}'(\text{mod } 2)$ . . . . .	276
Пространственные (шубниковские) группы антисимметрии $\bar{3}$ как расширения классических (федоровских) групп $\Phi$ или как расширения трансляционных групп $T$ . . . . .	282
Точечные кристаллографические группы цветной симметрии как расширения классических кристаллографических групп с помощью групп цветных подстановок $P$ и $G^{(P)*}$ .	291
Пространственные (беловские) группы цветной симметрии $B$ как расширения классических (федоровских) пространственных групп $\Phi$ или как расширения трансляционных групп $T$ . . . . .	308
Границы теории симметрии. Другие обобщения . . . . .	317

**ГЛАВА 12. СИММЕТРИЯ В НАУКЕ И ИСКУССТВЕ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ. СИММЕТРИЗАЦИЯ И ДИССИММЕТРИЗАЦИЯ ФИЗИЧЕСКИХ СИСТЕМ. ПРИНЦИП СИММЕТРИИ ДЛЯ СОСТАВНЫХ СИСТЕМ . . . . . 322**

Симметрия как закон строения целостных систем и метод исследования структурных закономерностей . . . . .	322
Законы преобразования и симметрия физических величин (приближение однородного континуума). Предельные группы антисимметрии и цветной симметрии . . . . .	327
Законы преобразования и симметрия физических величин (приближение периодического дисконтинуума). Пространственные тензоры на цветных группах . . . . .	335
Составные системы. Принцип суперпозиции групп симметрии. Законы изменения и сохранения симметрии . . .	343
Связь симметрии со свойствами систем. Симметрия физических уравнений и законов. Законы сохранения в фазовых переходах . . . . .	352

Симметрия и диссимметрия в искусстве. Законы композиции. Структурно-системные методы анализа художественных произведений . . . . .	366
Заклучение. Эвристическое значение принципов симметрии. Симметрия как философская категория . . . . .	381
<b>Литература</b> . . . . .	388

## **Дополнение 417**

<b>А. Л. Талис. Симметрия тетракоординированных и тетраэдрических структур в рамках алгебраической геометрии</b> . . . . .	419
Введение . . . . .	419
I. Определения и терминология [35, 36] . . . . .	421
1. Конечные проективные плоскости и конфигурации . . . . .	421
2. $N$ -мерные платоновы тела (политопы). Расслоение Хопфа [34, 36–40] . . . . .	428
3. Решетки корней, двоичные коды [34, 40–42] . . . . .	431
II. Конфигурации и определяемые ими порождающие кластеры алмазоподобных структур . . . . .	437
1. Параллелоэдр алмаза и другие 14-вершинные кластеры, как евклидовы реализации подконфигураций конфигурации Фано $7_3$ . . . . .	437
2. Конфигурация Мебиуса – Кантора $8_3$ и объединение двух полиэдров Бернала $Z8$ [35–37, 44–47] . . . . .	443
3. Конфигурации $(9_3)_1$ , $(9_3)_2$ , $(9_3)_3$ , их особые подконфигурации и определяемые ими кластеры [35, 44, 47, 50] . . . . .	444
4. Конфигурация Дезарга $10_3$ и алломорфное отображение 20-вершинного кластера алмаза в додекаэдр [19, 44, 51] . . . . .	447
5. Конечные проективные плоскости $PG(2, 3)$ и $PG(2, 4)$ . Кластеры алмазоподобных структур, содержащие икосаэдры в координатных сферах [44, 45, 53] . . . . .	449
6. Несамодуальные и недезарговы конфигурации и определяемые ими порождающие кластеры алмазоподобных структур с сильно искаженными тетраэдрическими углами [44, 50] . . . . .	458
III. Система порождающих кластеров алмазоподобных структур . . . . .	462
1. Политопы $\{3, 3, 5\}$ и $\{240\}$ , решетка $E8$ и порождающие кластеры алмазоподобных (тетракоординированных) и тетраэдрических (металлических) структур . . . . .	462

2. Система порождающих кластеров тетраэдрических структур . . . . .	469
3. Система порождающих кластеров алмазоподобных структур . . . . .	475
Заключение . . . . .	479
Литература . . . . .	482
<i>С. В. Петухов. Симметрии в биологии . . . . .</i>	<i>489</i>
Неевклидовы биосимметрии и золотой вурф . . . . .	490
Симметрии в системе генетического кода . . . . .	493
Бинарные субалфавиты . . . . .	495
Бипериодическая таблица генетического кода . . . . .	498
Матрицы генетического кода и золотое сечение . . . . .	505
Матричные операции с геноматрицами . . . . .	509
Об атрибутивной теории кодирования . . . . .	515
Генетический код и лингвистика . . . . .	517
Правила вырожденности генетического кода и хроноциклическая концепция . . . . .	520
Правила расщепления генетического кода и их параллелизм с законами Менделя . . . . .	524
Теория четырех проаллелей . . . . .	530
Генетические секвенции как тетра-множества . . . . .	533
Почему число генетически кодируемых аминокислот равно 20? . . . . .	536
Расщепление множества 20 аминокислот на подмножества из 8 и 12 аминокислот по специфике количества протонов в молекулах . . . . .	539
Системный анализ атомов углерода в элементах генетического кода . . . . .	540
Литература . . . . .	542
<b>Указатель таблиц . . . . .</b>	<b>547</b>
<b>Указатель символов . . . . .</b>	<b>548</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>552</b>