

---

Интернет-магазин  
**MATHESIS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - техника
- 

**Рюэль Д.**

Термодинамический формализм. Математические структуры классической равновесной статистической механики. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 288 стр.

Предлагаемая книга одного из создателей термодинамического формализма Д. Рюэля основана на курсе лекций, прочитанных автором в университетах США и Франции. В ней с математической точки зрения обсуждаются как традиционные вопросы классической равновесной статистической механики — распределение Гиббса, фазовые переходы и др., так и родственные вопросы теории динамических систем (символическая и топологическая динамика, энтропия, вариационный принцип). В виде двух последних глав в издание также вошла более поздняя книга Д. Рюэля, посвященная динамическим дзета-функциям.

Будет полезна математикам и физикам, специализирующимся в области статистической механики и теории динамических систем.

**ISBN 5-93972-115-X**

© Б. М. Гуревич, 2002

© Институт компьютерных исследований, 2002

<http://rcd.ru>

# Оглавление

<b>Предисловие редактора перевода</b> . . . . .	12
<b>Предисловие автора</b> . . . . .	15
<b>ГЛАВА 0. Введение</b> . . . . .	16
0.1. Общие сведения . . . . .	16
0.2. Описание термодинамического формализма . . . . .	18
0.3. Краткий обзор содержания . . . . .	24
<b>ГЛАВА 1. Теория гиббсовских состояний</b> . . . . .	27
1.1. Пространство конфигураций . . . . .	27
1.2. Взаимодействия . . . . .	28
1.3. Гиббсовские ансамбли и термодинамический предел . . . . .	30
1.4. Предложение . . . . .	30
1.5. Гиббсовские состояния . . . . .	31
1.6. Термодинамический предел гиббсовских ансамблей . . . . .	32
1.7. Граничные члены . . . . .	33
1.8. Теорема . . . . .	35
1.9. Теорема . . . . .	35
1.10. Алгебра в бесконечности . . . . .	36
1.11. Теорема (характеризация чистых гиббсовских состояний) . . . . .	37
1.12. Операторы $\mathcal{M}_\Lambda$ . . . . .	38
1.13. Теорема (характеризация единственного гиббсовского состояния) . . . . .	39
1.14. Замечание . . . . .	40
Комментарии . . . . .	41
Упражнения . . . . .	41
<b>ГЛАВА 2. Гиббсовские состояния: дополнения</b> . . . . .	43
2.1. Морфизмы решетчатых систем . . . . .	43
2.2. Пример . . . . .	44
2.3. Взаимодействие $F^* \Phi$ . . . . .	44
2.4. Лемма . . . . .	45
2.5. Предложение . . . . .	46
2.6. Замечания . . . . .	47
2.7. Системы условных вероятностей . . . . .	47
2.8. Свойства гиббсовских состояний . . . . .	49
2.9. Замечание . . . . .	50
Комментарии . . . . .	50
Упражнения . . . . .	50

<b>ГЛАВА 3. Трансляционная инвариантность. Теория равновесных состояний</b>	<b>53</b>
3.1. Трансляционная инвариантность	53
3.2. Функция $A_\Phi$	54
3.3. Статистические суммы	55
3.4. Теорема	57
3.5. Инвариантные состояния	59
3.6. Предложение	60
3.7. Теорема	60
3.8. Энтропия	63
3.9. Предел на бесконечности в смысле Ван Хова	64
3.10. Теорема	64
3.11. Лемма	66
3.12. Теорема	66
3.13. Следствие	69
3.14. Следствие	70
3.15. Физическая интерпретация	70
3.16. Теорема	71
3.17. Следствие	71
3.18. Аппроксимация инвариантных состояний равновесными состояниями	72
3.19. Лемма	72
3.20. Теорема	74
3.21. Сосуществование фаз	75
Комментарии	76
Упражнения	77
<b>ГЛАВА 4. Связь между гиббсовскими и равновесными состояниями</b>	<b>79</b>
4.1. Основные предположения	79
4.2. Теорема	80
4.3. Физическая интерпретация	81
4.4. Предложение	82
4.5. Замечание	84
4.6. Строгая выпуклость давления	85
4.7. Предложение	86
4.8. $\mathbb{Z}'$ -решетчатые системы и $\mathbb{Z}'$ -морфизмы	86
4.9. Предложение	87
4.10. Следствие	87
4.11. Замечание	88
4.12. Предложение	88
4.13. Ограничение $\mathbb{Z}'$ на подгруппу $G$	89
4.14. Предложение	89
4.15. Неразрешимость и непериодичность	90
Комментарии	91
Упражнения	92

<b>ГЛАВА 5. Одномерные системы</b>	<b>94</b>
5.1. Лемма	95
5.2. Теорема	95
5.3. Теорема	96
5.4. Лемма	97
5.5. Доказательство теорем 5.2 и 5.3	98
5.6. Следствия теорем 5.2 и 5.3	101
5.7. Теорема	102
5.8. Перемешивающие $\mathbb{Z}$ -решетчатые системы	104
5.9. Лемма	104
5.10. Теорема	106
5.11. Трансфер-матрица и оператор $\mathcal{L}$	106
5.12. Функция $\psi_{>}$	108
5.13. Предложение	108
5.14. Оператор $\mathcal{S}$	109
5.15. Лемма	109
5.16. Предложение	110
5.17. Замечание	110
5.18. Экспоненциально убывающие взаимодействия	111
5.19. Пространство $\mathcal{F}^{\theta}$ и связанные с ним пространства	112
5.20. Предложение	112
5.21. Теорема	113
5.22. Замечания	113
5.23. Лемма	114
5.24. Предложение	115
5.25. Замечание	115
5.26. Теорема	116
5.27. Следствие	117
5.28. Дзета-функции	117
5.29. Теорема	118
5.30. Замечание	121
Комментарии	121
Упражнения	122
<b>ГЛАВА 6. Обобщение термодинамического формализма</b>	<b>130</b>
6.1. Общие понятия	130
6.2. Разделимость точек	131
6.3. Покрытия	131
6.4. Энтропия	132
6.5. Предложение	133
6.6. Давление	133
6.7. Другие определения давления	135
6.8. Свойства давления	136
6.9. Действие $\tau^{\alpha}$	137
6.10. Лемма	137
6.11. Лемма	137

6.12. Теорема (вариационный принцип) . . . . .	138
6.13. Равновесные состояния . . . . .	141
6.14. Теорема . . . . .	141
6.15. Замечание . . . . .	142
6.16. Коммутирующие непрерывные отображения . . . . .	142
6.17. Обобщение на $\mathbb{Z}^\nu$ -действия . . . . .	143
6.18. Результаты для $\mathbb{Z}_{\geq}^\nu$ -действий . . . . .	144
6.19. Замечание . . . . .	145
6.20. Топологическая энтропия . . . . .	145
6.21. Относительное давление . . . . .	146
6.22. Теорема . . . . .	147
6.23. Следствие . . . . .	147
Комментарии . . . . .	148
Упражнения . . . . .	148

## ГЛАВА 7. Статистическая механика на пространствах Смейла . . 152

7.1. Пространства Смейла . . . . .	152
7.2. Пример . . . . .	154
7.3. Свойства пространств Смейла . . . . .	155
7.4. «Спектральное разложение» Смейла . . . . .	156
7.5. Марковские разбиения и символическая динамика . . . . .	156
7.6. Теорема . . . . .	157
7.7. Гельдеровские функции . . . . .	158
7.8. Давление и равновесные состояния . . . . .	158
7.9. Теорема . . . . .	160
7.10. Следствие . . . . .	160
7.11. Замечание . . . . .	160
7.12. Следствие . . . . .	161
7.13. Следствие . . . . .	162
7.14. Равновесные состояния для негельдеровских функций $A$ . . . . .	162
7.15. Сопряженные точки и сопрягающие гомеоморфизмы . . . . .	163
7.16. Предложение . . . . .	164
7.17. Теорема . . . . .	165
7.18. Гиббсовские состояния . . . . .	165
7.19. Периодические точки . . . . .	166
7.20. Теорема . . . . .	167
7.21. Изучение периодических точек с помощью символической динамики . . . . .	168
7.22. Предложение . . . . .	168
7.23. Дзета-функции . . . . .	168
7.24. Теорема . . . . .	170
7.25. Следствие . . . . .	170
7.26. Растягивающие отображения . . . . .	171
7.27. Замечания . . . . .	172
7.28. Результаты для растягивающих отображений . . . . .	173
7.29. Марковские разбиения . . . . .	174
7.30. Теорема . . . . .	174

7.31. Приложения	175
Комментарии	177
Упражнения	178
<b>ГЛАВА 8. Введение в динамические дзета-функции</b>	<b>181</b>
8.1. Подсчет периодических орбит для отображений и потоков	182
8.2. Подсдвиги конечного типа	183
8.3. Продакт-формула для отображений	184
8.4. Продакт-формула для полупотоков	185
8.5. Формула Лефшеца	186
8.6. Исторические замечания: от дзета-функции Римана к динамическим дзета-функциям	188
8.7. Свойства динамических дзета-функций	191
8.8. Трансфер-операторы	192
8.9. Следы и определители	192
8.10. Целые аналитические функции	194
8.11. Теория Фредгольма – Гротендика	195
8.12. Линейные отображения, улучшающие аналитичность	198
8.13. Нефредгольмовы ситуации	200
8.14. Термодинамический формализм	202
8.15. Связи с другими областями математики	203
<b>ГЛАВА 9. Кусочно-монотонные отображения</b>	<b>205</b>
9.1. Определения	205
9.2. Построение новых систем	207
9.3. Функционал $\Theta$	218
9.4. Трансфер-оператор $\mathcal{L}$	222
9.5. Дзета-функции	229
9.6. Термодинамический формализм	240
9.7. Приложение: общее определение давления	246
<b>Приложение А.1. Некоторые определения и результаты</b>	<b>248</b>
А.1.1. Порядок	248
А.1.2. Массивные множества	248
А.1.3. Полунепрерывность сверху	249
А.1.4. Субаддитивность	249
<b>Приложение А.2. Топологическая динамика</b>	<b>250</b>
<b>Приложение А.3. Выпуклость</b>	<b>252</b>
А.3.1. Общие определения	252
А.3.2. Теорема Хана – Банаха	252
А.3.3. Теоремы отделимости	253
А.3.4. Выпуклые компактные множества	253
А.3.5. Крайние точки	254
А.3.6. Касательные функционалы к выпуклым функциям	254
А.3.7. Единственность касательного функционала	255

<b>Приложение А.4. Меры и абстрактные динамические системы . .</b>	<b>256</b>
А.4.1. Меры на компактных множествах . . . . .	256
А.4.2. Абстрактная теория меры . . . . .	257
А.4.3. Абстрактные динамические системы . . . . .	258
А.4.4. Сдвиги Бернулли . . . . .	258
А.4.5. Разбиения . . . . .	258
А.4.6. Теоремы об изоморфизме . . . . .	259
<b>Приложение А.5. Интегральные представления на выпуклых ком-     пактных множествах . . . . .</b>	<b>260</b>
А.5.1. Результат меры . . . . .	260
А.5.2. Максимальные меры . . . . .	261
А.5.3. Проблема единственности . . . . .	261
А.5.4. Максимальные меры и крайние точки . . . . .	262
А.5.5. Симплексы мер . . . . .	262
А.5.6. $\mathbb{Z}^\nu$ -инвариантные меры . . . . .	263
<b>Приложение В. Нерешенные задачи . . . . .</b>	<b>264</b>
В.1. Системы условных вероятностей (глава 2) . . . . .	264
В.2. Теория фазовых переходов (глава 3) . . . . .	264
В.3. Точка зрения абстрактной теории меры (глава 4) . . . . .	264
В.4. Одна теорема Добрушина (глава 5) . . . . .	265
В.5. Определение давления (глава 6) . . . . .	265
В.6. Гипотеза Шуба об энтропии (глава 6) . . . . .	265
В.7. Условие (SS3) (глава 7) . . . . .	265
В.8. Гиббсовские состояния на пространствах Смейла (глава 7) . . . . .	266
В.9. Когомологическая интерпретация (глава 7) . . . . .	266
В.10. Потоки Смейла (глава 7 и приложение С) . . . . .	266
<b>Приложение С. Потоки . . . . .</b>	<b>267</b>
С.1. Термодинамический формализм на метризуемом компактном мно- жестве . . . . .	267
С.2. Специальные потоки . . . . .	268
С.3. Специальный поток над пространством Смейла . . . . .	268
С.4. Проблемы . . . . .	269
<b>Литература . . . . .</b>	<b>270</b>
<b>Именной указатель . . . . .</b>	<b>281</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>284</b>