

МАТЕМАТИКА

УДК 517.537.7

А.В.БРАТИЩЕВ**ОБЛАСТЬ СХОДИМОСТИ РЯДА ОБОБЩЕННЫХ ЭКСПОНЕНТ,
ОБРАЗОВАННОГО ЦЕЛОЙ ФУНКЦИЕЙ КОНЕЧНОГО ПОРЯДКА**

Распространены результаты статьи [1] об описании области сходимости ряда обобщенных экспонент на случай порядка $\rho \neq 1$.

Ключевые слова: целая функция, индикатор, ряд обобщенных экспонент, область сходимости.

Введение. Пусть $e(z)$ - целая функция порядка $\rho > 0$ с индикатором $H(\theta)$ и вполне регулярного роста [2]; $\{\lambda_n\}$ - неубывающая по модулю последовательность комплексных чисел с условием $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln n}{\lambda_n} = 0$. Областью сходимости ряда обобщенных экспонент

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n e(\lambda_n z) \quad (1)$$

называется множество точек G_{cx} , в некоторой окрестности каждой из которых ряд сходится.

По последовательности $\{a_n\}$ определим 2π -периодическую функцию:

$$k_a(\varphi) := \lim_{\delta \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty, |\theta_n - \varphi| < \delta} \frac{1}{|\lambda_n|^\rho} \ln \frac{1}{|a_n|}, \quad \theta_n := \arg \lambda_n.$$

Положим

$$G := \left\{ z := re^{i\theta} : \forall \varphi \quad H(\theta + \varphi)r^\rho < k_a(\varphi) \right\}$$

$$\hat{G} := \left\{ z := re^{i\theta} : \forall \varphi \quad H(\theta + \varphi)r^\rho \leq k_a(\varphi) \right\}$$

В статье [3] доказана

Теорема 1. Ряд (1) сходится абсолютно и равномерно на любом компакте из множества G , то есть $G \subseteq G_{cx}$.

Основные результаты.

Теорема 2. $G_{cx} \subseteq \hat{G}$.

Доказательство. Допустим от противного, что $z_0 := r_0 e^{i\theta_0} \in G_{cx}$, $z_0 \notin \hat{G}$, то есть

$$\exists \varepsilon_0 > 0 \quad \exists \varphi_0 \quad H(\theta_0 + \varphi_0)r^\rho > \lim_{\delta \rightarrow 0} \lim_{n \rightarrow \infty, |\theta_n - \varphi_0| < \delta} \frac{1}{|\lambda_n|^\rho} \ln \frac{1}{|a_n|} + \varepsilon_0.$$