

Расчетно-экспериментальное исследование продольной устойчивости конструкции тонкостенного плоского стержня

© А.В. Егоров¹, В.Н. Егоров²

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

²Московский авиационный институт, Москва, 125993, Россия

Исследована продольная устойчивость центрально-сжатых гибких плоских стержней с применением расчетных и экспериментальных методов. Расчеты проведены по методологии динамического анализа в программном комплексе LS-DYNA. Методология основана на трех определяющих факторах: объемность, технологические отклонения, режим реального времени. При построении модели шарнирно-закрепленного стержня применены конечные 3D-элементы, упругопластическая модель материала, несимметричные вырезы малого объема, имитирующие геометрические технологические отклонения. Проведено сравнение определяемых по методологии критических сил с силами Эйлера и с экспериментальными данными. Эксперимент проводился на стержнях с заостренными концами, которые упирались в угловую технологическую оснастку и обеспечивали свободный поворот торцов стержня. В результате выполненного расчетно-экспериментального исследования устойчивости гибких стержней установлено, что в реальных конструкциях стержней имеют место начальные несовершенства формы, заметно влияющие на величину критических сил, причем это влияние тем сильнее, чем более гибкий стержень. Найдено также количественное соотношение между экспериментально замеренными и рассчитанными по методологии и по формуле Эйлера критическими силами. Затронуты вопросы возникновения начальных несовершенств формы в реальных стержнях. Показаны три возможные направления поиска решения задачи устойчивости стержней по методологии динамического анализа в зависимости от способа введения технологических отклонений в расчетную схему конструкции. Приведены диаграммы деформирования шарнирно-закрепленных плоских стержней при испытаниях на сжатие.

Ключевые слова: гибкий плоский стержень, тонкостенный плоский стержень, сжатие, устойчивость, расчетная схема, эксперимент, начальные несовершенства формы

Введение. Одним из важнейших факторов несущей способности тонкостенных силовых конструкций является устойчивость, при нарушении которой происходит недопустимое изменение формы конструкции. Тонкостенные конструкции эффективны по массе, поэтому их широко применяют в различных областях техники и промышленности, в связи с чем задачи устойчивости таких конструкций имеют высокую значимость. Этим объясняется тот факт, что до настоящего времени продолжается развитие теоретических и экспериментальных методов исследования устойчивости тонкостенных конструкций с учетом их реальных геометрических и механических

свойств — неоднородных с силу технологических причин изготовления.

Цель данной работы — провести на основе испытаний валидацию нового расчетного метода динамического анализа на примере устойчивости конструкции центрально-сжатого тонкостенного плоского стержня.

Обзор расчетных схем. Наиболее распространенным для расчета на продольную устойчивость сжатых стержней является подход Эйлера [1], согласно которому критическая сила перехода стержня от прямолинейной формы равновесия к смежной изогнутой устанавливается по формуле

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}, \quad (1)$$

где $P_{кр}$ — критическая сила, Н; E — модуль упругости материала стержня, Па; I — момент инерции поперечного сечения стержня, м^4 ; μ — коэффициент приведения длины, для шарнирно опертого по торцам стержня $\mu = 1$; l — длина стержня, м.

Формула (1) получена для упругих прямолинейных стержней с идеальной геометрией и однородными механическими свойствами, при действии центральной сжимающей силы. В подходе Эйлера не определяются поперечные перемещения стержня при потере устойчивости, из-за чего нельзя применять приближенные методы [2] анализа реальных конструкций стержней с начальными несовершенствами формы.

Исследование устойчивости сжатого идеального стержня, выполненное аналитически и численно методом конечных разностей в 2D-формате [3, 4], показало, что учет инерционных нагрузок ведет к получению несимметричных форм потери устойчивости стержня в отличие от симметричных эластик Эйлера. В решениях использовалось начальное произвольное местное отклонение формы оси стержня от прямолинейной, что отражалось на величине критической силы.

В публикации [5] показано, что деформирование стержня происходит по-разному при воздействии кратковременного и продолжительного удара. В первом случае отмечается волновой процесс, во втором — монотонный изгибный. Согласно изложенному в книге [6], потерю устойчивости стержня необходимо в общем случае определять с применением уравнений движения. Для того чтобы учесть геометрические и механические особенности реальных конструкций стержней, 3D-формат деформирования, процесс движения стержня при продолжительном ударе, в статьях [7, 8] предложена новая методология динамического анализа конструкций. Из результатов испытаний [9]

гибкого стержня при сжатии установлена достоверность методологии динамического анализа.

Существуют публикации по устойчивости стержней при других условиях нагружения, например, при действии следящей осевой силы [10], при нагружении трубчатого стержня с внешним боковым ограничением [11], бимодульных стержней [12], стержней с сосредоточенной массой (tip mass) [13, 14], плоских стержней (damped planar beams) [15], сжатых и скрученных стержней [16], стержней как элементов конструкций [17], стержней при ударных нагрузках [18]. Наиболее универсальным методом расчета считается метод конечных элементов, поэтому применительно к гибким стержням разрабатываются специальные конечные элементы [18–21]. Следует отметить, что в расчетные модели заранее вводятся местные поперечные прогибы стержней без объяснения причин их появления.

В отличие от известных публикаций в настоящей работе в качестве начальных несовершенств принимаются регламентированные технологические отклонения (ТО), которые могут иметь геометрическую или механическую природу. В зависимости от способа назначения технологических отклонений поиск решения возможен по трем направлениям.

В первом направлении все ТО, имеющиеся в реальной конструкции (РК) стержня, сводятся к одному минимальному технологическому отклонению $(TO)_{\min}$, чтобы определять критическую нагрузку $Q_{\text{кр}}^{\text{РК}}$ реальной конструкции, приближающуюся к критическому значению $Q_{\text{кр}}^{\text{ИК}}$ идеальной конструкции (ИК) стержня, т. е. из задания

$$(TO)_{\min} \propto \sum_i (TO)_i \Rightarrow Q_{\text{кр}}^{\text{РК}} \rightarrow Q_{\text{кр}}^{\text{ИК}}, \quad (2)$$

где \propto — знак замены параметров; $i = 1, 2, \dots$

Указанный замещающий прием поиска критической нагрузки используется в настоящей работе в расчетах и экспериментах.

Во втором направлении случайным образом формируется ряд $(n = 1, 2, \dots)$ систем технологических отклонений $\{(TO)_i\}_n$, входящих в область Ω допустимых технологических отклонений $[(TO)_i]$, что ведет к нахождению минимального значения критической нагрузки $\min(Q_{\text{кр}}^{\text{РК}})$ реальной конструкции стержня, т. е. из задания

$$\forall \{(TO)_i\}_n \quad \Omega([(TO)_i]) \Rightarrow Q_{\text{кр}}^{\text{РК}} \rightarrow \min(Q_{\text{кр}}^{\text{РК}})_n. \quad (3)$$