

## Расчетно-экспериментальное исследование продольной устойчивости конструкции тонкостенного плоского стержня

© А.В. Егоров<sup>1</sup>, В.Н. Егоров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Россия

<sup>2</sup>Московский авиационный институт, Москва, 125993, Россия

*Исследована продольная устойчивость центрально-сжатых гибких плоских стержней с применением расчетных и экспериментальных методов. Расчеты проведены по методологии динамического анализа в программном комплексе LS-DYNA. Методология основана на трех определяющих факторах: объемность, технологические отклонения, режим реального времени. При построении модели шарнирно-закрепленного стержня применены конечные 3D-элементы, упругопластическая модель материала, несимметричные вырезы малого объема, имитирующие геометрические технологические отклонения. Проведено сравнение определяемых по методологии критических сил с силами Эйлера и с экспериментальными данными. Эксперимент проводился на стержнях с заостренными концами, которые упирались в угловую технологическую оснастку и обеспечивали свободный поворот торцов стержня. В результате выполненного расчетно-экспериментального исследования устойчивости гибких стержней установлено, что в реальных конструкциях стержней имеют место начальные несовершенства формы, заметно влияющие на величину критических сил, причем это влияние тем сильнее, чем более гибкий стержень. Найдено также количественное соотношение между экспериментально замеренными и рассчитанными по методологии и по формуле Эйлера критическими силами. Затронуты вопросы возникновения начальных несовершенств формы в реальных стержнях. Показаны три возможные направления поиска решения задачи устойчивости стержней по методологии динамического анализа в зависимости от способа введения технологических отклонений в расчетную схему конструкции. Приведены диаграммы деформирования шарнирно-закрепленных плоских стержней при испытаниях на сжатие.*

**Ключевые слова:** *гибкий плоский стержень, тонкостенный плоский стержень, сжатие, устойчивость, расчетная схема, эксперимент, начальные несовершенства формы*

**Введение.** Одним из важнейших факторов несущей способности тонкостенных силовых конструкций является устойчивость, при нарушении которой происходит недопустимое изменение формы конструкции. Тонкостенные конструкции эффективны по массе, поэтому их широко применяют в различных областях техники и промышленности, в связи с чем задачи устойчивости таких конструкций имеют высокую значимость. Этим объясняется тот факт, что до настоящего времени продолжается развитие теоретических и экспериментальных методов исследования устойчивости тонкостенных конструкций с учетом их реальных геометрических и механических

свойств — неоднородных с силу технологических причин изготовления.

Цель данной работы — провести на основе испытаний валидацию нового расчетного метода динамического анализа на примере устойчивости конструкции центрально-сжатого тонкостенного плоского стержня.

**Обзор расчетных схем.** Наиболее распространенным для расчета на продольную устойчивость сжатых стержней является подход Эйлера [1], согласно которому критическая сила перехода стержня от прямолинейной формы равновесия к смежной изогнутой устанавливается по формуле

$$P_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu l)^2}, \quad (1)$$

где  $P_{\text{кр}}$  — критическая сила, Н;  $E$  — модуль упругости материала стержня, Па;  $I$  — момент инерции поперечного сечения стержня,  $\text{м}^4$ ;  $\mu$  — коэффициент приведения длины, для шарнирно опертого по торцам стержня  $\mu = 1$ ;  $l$  — длина стержня, м.

Формула (1) получена для упругих прямолинейных стержней с идеальной геометрией и однородными механическими свойствами, при действии центральной сжимающей силы. В подходе Эйлера не определяются поперечные перемещения стержня при потере устойчивости, из-за чего нельзя применять приближенные методы [2] анализа реальных конструкций стержней с начальными несовершенствами формы.

Исследование устойчивости сжатого идеального стержня, выполненное аналитически и численно методом конечных разностей в 2D-формате [3, 4], показало, что учет инерционных нагрузок ведет к получению несимметричных форм потери устойчивости стержня в отличие от симметричных эластик Эйлера. В решениях использовалось начальное произвольное местное отклонение формы оси стержня от прямолинейной, что отражалось на величине критической силы.

В публикации [5] показано, что деформирование стержня происходит по-разному при воздействии кратковременного и продолжительного удара. В первом случае отмечается волновой процесс, во втором — монотонный изгибный. Согласно изложенному в книге [6], потерю устойчивости стержня необходимо в общем случае определять с применением уравнений движения. Для того чтобы учесть геометрические и механические особенности реальных конструкций стержней, 3D-формат деформирования, процесс движения стержня при продолжительном ударе, в статьях [7, 8] предложена новая методология динамического анализа конструкций. Из результатов испытаний [9]

гибкого стержня при сжатии установлена достоверность методологии динамического анализа.

Существуют публикации по устойчивости стержней при других условиях нагружения, например, при действии следящей осевой силы [10], при нагружении трубчатого стержня с внешним боковым ограничением [11], бимодульных стержней [12], стержней с сосредоточенной массой (tip mass) [13, 14], плоских стержней (damped planar beams) [15], сжатых и скрученных стержней [16], стержней как элементов конструкций [17], стержней при ударных нагрузках [18]. Наиболее универсальным методом расчета считается метод конечных элементов, поэтому применительно к гибким стержням разрабатываются специальные конечные элементы [18–21]. Следует отметить, что в расчетные модели заранее вводятся местные поперечные прогибы стержней без объяснения причин их появления.

В отличие от известных публикаций в настоящей работе в качестве начальных несовершенств принимаются регламентированные технологические отклонения (ТО), которые могут иметь геометрическую или механическую природу. В зависимости от способа назначения технологических отклонений поиск решения возможен по трем направлениям.

В первом направлении все ТО, имеющиеся в реальной конструкции (РК) стержня, сводятся к одному минимальному технологическому отклонению  $(ТО)_{\min}$ , чтобы определять критическую нагрузку  $Q_{\text{кр}}^{\text{РК}}$  реальной конструкции, приближающуюся к критическому значению  $Q_{\text{кр}}^{\text{ИК}}$  идеальной конструкции (ИК) стержня, т. е. из задания

$$(ТО)_{\min} \infty \sum_i (ТО)_i \Rightarrow Q_{\text{кр}}^{\text{РК}} \rightarrow Q_{\text{кр}}^{\text{ИК}}, \quad (2)$$

где  $\infty$  — знак замены параметров;  $i = 1, 2, \dots$

Указанный замещающий прием поиска критической нагрузки используется в настоящей работе в расчетах и экспериментах.

Во втором направлении случайным образом формируется ряд  $(n = 1, 2, \dots)$  систем технологических отклонений  $\{(ТО)_i\}_n$ , входящих в область  $\Omega$  допустимых технологических отклонений  $[(ТО)_i]$ , что ведет к нахождению минимального значения критической нагрузки  $\min(Q_{\text{кр}}^{\text{РК}})$  реальной конструкции стержня, т. е. из задания

$$\forall \{(ТО)_i\}_n \quad \Omega([(ТО)_i]) \Rightarrow Q_{\text{кр}}^{\text{РК}} \rightarrow \min(Q_{\text{кр}}^{\text{РК}})_n. \quad (3)$$