МАТЕМАТИКА

УДК 534.631:519.642.3

В.М. ДРАГИЛЕВ, Л.Л. ДРАГИЛЕВА

НЕКОТОРЫЕ ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ В МЕТОДЕ ПРОЕКЦИЙ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ

Ранее предложенные оценки, связанные с чувствительностью решений к случайным погрешностям исходных данных, приводятся к виду, удобному для учета априорной информации.

Ключевые слова: *некорректные обратные задачи, интегральное уравнение Фредгольма первого рода, метод проекций.*

Введение. Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода

$$[\hat{A}q](x) \equiv \int_{X_1}^{X_2} K(x,x')q(x')dx' = \tilde{u}(x), \qquad x \in [X_3, X_4], \tag{1}$$

с гладким вырожденным ядром

$$K(x,x') = \sum_{m=1}^{M} \psi_m(x')\varphi_m(x). \tag{2}$$

Предполагаем, что правая часть $\tilde{u}(x)$ уравнения (1) задана приближенно, т.е. $\tilde{u}(x) = u(x) + \delta u(x)$, где первое слагаемое $u = \hat{A}q$ порождается искомой функцией-оригиналом $q(x) \in L_2[X_1, X_2]$, а второе (δu) есть погрешность, возникшая, например, в процессе измерений. Отыскание некого приближения $\tilde{q}(x)$ для функции-оригинала $q(x)$ по исходным данным $\tilde{u}(x)$ является некорректной задачей, которая может решаться методом Тихонова [1].

Альтернативный подход, близкий к методу проекций [2], развивается в приложении к обратным граничным задачам теории упругости [3-5] и заключается в следующем.

В пространстве $L_2[X_1, X_2]$ задается какой-либо ортонормированный базис $\{f_n(x)\}_{n=1}^{\infty}$. Решение строится в виде

$$\tilde{q}(x) = \sum_{n=1}^{N} \tilde{a}_n f_n(x), \tag{3}$$

где $\tilde{a}_n$ - искомые приближенные значения коэффициентов обобщенного ряда Фурье; N - регуляризующий параметр, $N \le M$.

Формальная подстановка разложения (3) в уравнение (1) приводит к матричному уравнению

$$A_{(N)}\tilde{\mathbf{a}} = \tilde{\mathbf{u}}, \tag{4}$$

где $A_{(N)}$ - матрица размера $J \times N$, явный вид которой выписан в [3-5]; $\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{u}_1, \ldots, \tilde{u}_J)$ - вектор исходных данных с компонентами $\tilde{u}_j = \tilde{u}(x_j)$; x_j - выбранные опорные точки на отрезке $[X_3, X_4]$, $J \ge M$.