

Н. Алон, Дж. Спенсер

Вероятностный метод

Перевод 2-го английского издания
под редакцией **А. А. Сапоженко**

4-е издание, электронное

Д о п у щ е н о
учебно-методическим советом
по прикладной математике и информатике УМО
по классическому университетскому образованию
в качестве учебного пособия для студентов
высших учебных заведений, обучающихся
по специальности и направлению
«Прикладная математика и информатика»
и по направлению «Информационные технологии»



Москва
Лаборатория знаний
2020

УДК 519.1
ББК 22.176
А45

Алон Н.

А45 Вероятностный метод : учебное пособие / Н. Алон, Дж. Спенсер ; пер. 2-го англ. изд. — 4-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2020. — 323 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10".— Загл. с титул. экрана.— Текст : электронный.

ISBN 978-5-00101-672-4

Одна из самых известных зарубежных книг в области применения вероятностных методов в комбинаторике. В книге содержатся основные элементы методологии. Строгие обоснования и доказательства сопровождаются ясными и неформальными обсуждениями задач, методов и их приложений. Каждый метод иллюстрируется целым рядом точно подобранных примеров.

Для специалистов в области дискретной математики и теории случайных графов, студентов, аспирантов и преподавателей соответствующих дисциплин.

**УДК 519.1
ББК 22.176**

Деривативное издание на основе печатного аналога: Вероятностный метод : учебное пособие / Н. Алон, Дж. Спенсер ; пер. 2-го англ. изд. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. — 320 с. : ил.

ISBN 978-5-94774-556-6.

Первый тираж книги выпущен при финансовой поддержке РФФИ
в рамках издательского проекта № 05-01-14048

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

Copyright © 2000 by John Wiley & Sons, Inc. All Rights Reserved. This EBook is published under license with the original publisher
John Wiley & Sons, Ltd.

ISBN 978-5-00101-672-4

© Перевод, оформление, Лаборатория знаний, 2015

Оглавление

Предисловие редактора перевода	9
Предисловие авторов к русскому изданию	11
Предисловие	13
Благодарности	15

Часть I. МЕТОДЫ

Глава 1. Основы	18
1.1. Вероятностный метод	18
1.2. Теория графов	20
1.3. Комбинаторика	24
1.4. Комбинаторная теория чисел	27
1.5. Пары с пустым пересечением	28
1.6. Упражнения	29
Вероятностный взгляд: Теорема Эрдёша—Ко—Радó	31
Глава 2. Линейность математического ожидания	32
2.1. Основы	32
2.2. Разбиение графов	33
2.3. Два быстрых результата	35
2.4. Балансировка векторов	36
2.5. Разбалансировка лампочек	38
2.6. Без подбрасывания монет	39
2.7. Упражнения	40
Вероятностный взгляд: Теорема Брегмана	42
Глава 3. Малые вариации	44
3.1. Числа Рамсея	44
3.2. Независимые множества	46
3.3. Комбинаторная геометрия	47
3.4. Упаковка	48
3.5. Перекраска	49
3.6. Непрерывное время	53
3.7. Упражнения	58
Вероятностный взгляд: Большой обхват и большое хроматическое число	59
Глава 4. Второй момент	60
4.1. Основы	60
4.2. Теория чисел	61

6 ОГЛАВЛЕНИЕ

4.3. Дополнительные теоретические сведения	64
4.4. Случайные графы	66
4.5. Максимальный размер клики	70
4.6. Различные суммы	71
4.7. Подход Рёдля	73
4.8. Упражнения	78
Вероятностный взгляд: <i>Гамильтоновы пути</i>	80
Глава 5. Локальная лемма	83
5.1. Лемма	83
5.2. Свойство B и разноцветные множества действительных чисел	86
5.3. Нижние оценки для чисел Рамсея	87
5.4. Геометрический результат	89
5.5. Линейная древесность графов	90
5.6. Латинские трансверсали	95
5.7. Алгоритмический аспект	96
5.8. Упражнения	100
Вероятностный взгляд: <i>Ориентированные циклы</i>	101
Глава 6. Корреляционные неравенства	102
6.1. Теорема о четырех функциях Альсведе и Дайкина	103
6.2. FKG-неравенство	106
6.3. Монотонные свойства	107
6.4. Линейные расширения частично упорядоченных множеств	109
6.5. Упражнения	112
Вероятностный взгляд: <i>Теорема Турана</i>	113
Глава 7. Мартингалы и плотная концентрация	115
7.1. Определения	115
7.2. Большие отклонения	117
7.3. Хроматическое число	118
7.4. Два обобщения	121
7.5. Четыре примера	125
7.6. Неравенство Талаграна	127
7.7. Приложения неравенства Талаграна	130
7.8. Полиномиальная концентрация Кима—Ву	133
7.9. Упражнения	135
Вероятностный взгляд: <i>Теорема Вейерштрасса о приближении</i>	136
Глава 8. Парадигма Пуассона	137
8.1. Неравенства Янсона	137
8.2. Доказательства	139
8.3. Решето Бруна	142
8.4. Большие отклонения	145
8.5. Оценка числа расширений	146
8.6. Число представлений	148

8.7. Дальнейшие обобщения	151
8.8. Упражнения	153
Вероятностный взгляд: <i>Локальная раскраска</i>	154
Глава 9. Псевдослучайность	156
9.1. Турниры квадратичных вычетов	157
9.2. Собственные значения и расширители	160
9.3. Квазислучайные графы	167
9.4. Упражнения	173
Вероятностный взгляд: <i>Случайные блуждания</i>	174
 Часть II. Приложения	
Глава 10. Случайные графы	178
10.1. Подграфы	179
10.2. Размер максимальной клики	181
10.3. Хроматическое число	183
10.4. Ветвящиеся процессы	184
10.5. Гигантская компонента	188
10.6. Фазовый переход изнутри	192
10.7. Законы «нуля или единицы»	195
10.8. Упражнения	204
Вероятностный взгляд: <i>Число подграфов</i>	205
Глава 11. Сложность схем	207
11.1. Предварительные замечания	207
11.2. Случайные ограничения и схемы ограниченной глубины	209
11.3. Еще о схемах ограниченной глубины	213
11.4. Монотонные схемы	216
11.5. Формулы	219
11.6. Упражнения	221
Вероятностный взгляд: <i>Максимальные антицепи</i>	222
Глава 12. Разброс	223
12.1. Основы	223
12.2. Достаточность шести стандартных отклонений	224
12.3. Линейный и наследственный разброс	228
12.4. Нижние оценки	231
12.5. Теорема Бека—Фиала	233
12.6. Упражнения	235
Вероятностный взгляд: <i>Несбалансированные матрицы</i>	237
Глава 13. Геометрия	238
13.1. Наибольший угол между точками в евклидовом пространстве	239
13.2. Пустые треугольники, определяемые точками плоскости	240
13.3. Геометрическая реализация ± 1 -матриц	242

8 ОГЛАВЛЕНИЕ

13.4. ε -сети и VC-размерности ранжированных пространств	244
13.5. Двойственная функция расщепления и разброс	250
13.6. Упражнения	253
Вероятностный взгляд: Эффективная упаковка	254
Глава 14. Коды, игры и энтропия	256
14.1. Коды	256
14.2. Игра лжеца	259
14.3. Игра «постоянная должность»	261
14.4. Игра «балансировка векторов»	263
14.5. Неадаптивные алгоритмы	265
14.6. Энтропия	266
14.7. Упражнения	272
Вероятностный взгляд: Экстремальные графы	273
Глава 15. Дерандомизация	275
15.1. Метод условных вероятностей	275
15.2. d -независимые случайные величины в пространствах малого размера	280
15.3. Упражнения	284
Вероятностный взгляд: Число пересечений, инцидентности, суммы и произведения	285
Приложение А. Оценки для больших уклонений	287
А.1. Оценки для больших уклонений	287
А.2. Упражнения	295
Вероятностный взгляд: Графы, свободные от треугольников, содержат большие независимые множества	296
Приложение В. Пол Эрдёш	298
В.1. Труды	298
В.2. Гипотезы	300
В.3. Об Эрдёше	301
В.4. Дядюшка Пол	302
Литература	305
Предметный указатель	314
Именной указатель	319