Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет
им. П.Г. Демидова

С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов

Локальные методы анализа динамических систем

Учебное пособие

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов специальностей Математика и
Прикладная математика и информатика

Ярославль 2006

УДК 517.925+517.928
ББК В162я73
Г 52

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2006 года

Рецензенты:
доктор физ.-мат. наук, профессор Н.Х. Розов;
кафедра математики физического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

Глызин, С.Д. Локальные методы анализа динамических систем: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов;
Г 52 Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006. – 92 с.
ISBN 5-8397-0509-8 (978-5-8397-0509-8)

Изложена теория нормальных форм в приложении к динамическим системам с конечномерным и бесконечномерным фазовым пространством. Приводится эффективный алгоритм вычисления коэффициентов нормальной формы.

Учебное пособие по дисциплине „Численные методы анализа динамических систем“ (блок ДС) предназначено студентам специальностей 010100 Математика и 010200 Прикладная математика и информатика очной формы обучения.

Рис. 21. Библиогр.: 32 назв. Табл. 4

УДК 517.925+517.928
ББК В161.61.я73

ISBN 5-8397-0509-8
(978-5-8397-0509-8)

Оглавление

ŋqddaeY bE debEbY3e d eaαbcaɏ ɈqddYaɏè

Введение

В конце 19 – начале 20 века А.Пуанкаре поставил задачу качественного анализа дифференциальных уравнений. Успехи современных математических теорий, касающихся исследования поведения нелинейных динамических систем, так или иначе связаны с решением именно этой задачи.

В ряду инструментов, разработанных для качественного анализа систем нелинейных дифференциальных уравнений, важное место занимает метод нормальных форм. Идея метода была высказана Пуанкаре в его диссертации и состояла в нахождении такого класса автономных динамических систем, которые можно было бы с помощью специальных замен свести к линейным. На этом пути было введено понятие резонансности собственных чисел матрицы линейной части системы и доказано, что в случае отсутствия таких резонансов сведение возможно. Позднее Дюлак выполнил обобщение этого результата на резонансный случай и показал, что в этой ситуации простейшим видом преобразованной системы является выражение, содержащее в правой части, наряду с линейными слагаемыми, еще и не уничтожаемые заменами резонансные члены. Такую систему называют нормальной формой, и ее построение позволяет успешно проанализировать локальную динамику изучаемой системы.

Однако по-настоящему действенным метод нормальных форм стал после работ, принадлежащих Н.М. Крылову, Н.Н. Боголюбову и Ю.А. Митропольскому [1–3], в которых разрабатывались асимптотические методы нелинейных колебаний. Нормализация динамической системы на устойчивом интегральном многообразии позволяет выделить систему малой размерности, отвечающую за локальные свойства исходной системы. В настоящее время методу нормальных форм посвящено большое число различных исследований, сошлемся здесь лишь на самые, на наш взгляд, заметные, вышедшие в последние годы [4–11].

Сказанное делает актуальным разработку по возможности более экономного алгоритма построения нормальной формы. Заметим, что наиболее интересные выводы о качественном поведении получаются при изменении параметров динамической системы в окрестности критических значений, в этом случае величина надкритичности служит естественным малым параметром, по которому удобно строить асимптотические формулы устойчивых решений изучаемой задачи. В то же время нормальная форма строится именно при критических значениях параметров, поэтому впоследствии возникает задача такого масштабирования возмущенной нормальной формы, чтобы полученная системы могла быть удобно проанализирована, например, численными методами.

В пособии предлагается алгоритм, в ходе выполнения которого укороченная нормальная форма возникает из условий разрешимости для одного из очередных слагаемых нормирующей замены, при этом она уже оказывается подходящим образом масштабированной по входящим переменным.