Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

Ю. А. Белов
В. А. Соколов

Лекции по математической логике и теории алгоритмов

Учебное пособие

Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по направлению
Фундаментальная информатика
и информационные технологии

Ярославль
ЯрГУ
2013

УДК 510.23:510.6(075.8)
ББК В12я73
Б43

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2013 года

Рецензенты:
Д. О. Бытев, доктор технических наук, профессор;
кафедра алгебры ЯГПУ им. К. Д. Ушинского

Белов, Ю. А. Лекции по математической логике
Б43 **и теории алгоритмов**: учебное пособие / Ю. А. Белов, В. А. Соколов; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль : ЯрГУ, 2013. — 140 с.
ISBN 978-5-8397-0908-9

Пособие посвящено основам математической логики и теории алгоритмов. При этом исчисление высказываний представлено достаточно полно, для исчисления предикатов рассмотрены вопросы интерпретации, непротиворечивости и неразрешимости, теория алгоритмов представлена материалами по вычислимым функциям, разрешимым и перечислимым множествам, рассмотрены неразрешимые алгоритмические проблемы. Раздел формальной арифметики включает теорему Гёделя о неполноте.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 010300.62 Фундаментальная информатика и информационные технологии (дисциплина «Математическая логика и теория алгоритмов», блок ЕН), очной формы обучения.

УДК 510.23:510.6(075.8)
ББК В12я73

ISBN 978-5-8397-0908-9

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Пособие посвящено изложению начал математической логики и теории алгоритмов, между которыми имеются глубокие связи.

Математическая логика и опирающийся на неё аксиоматический метод оказали большое влияние на развитие всех разделов математики, в частности, и потому, что классическое исчисление предикатов является той логической системой, на базе которой можно, в принципе, формализовать всю математику.

Наличие формализованной системы какой-либо математической теории позволяет, в свою очередь, строго формулировать алгоритмические проблемы разрешимости, относящиеся к данной теории.

Для логики предикатов А. Чёрч установил алгоритмическую неразрешимость проблемы разрешения для множества всех истинных предложений, указав тем самым некоторые ограничения данного подхода. Это, наряду с другими результатами, стимулировало исследования в данной области по преодолению отмеченных ограничений и рассмотрению ситуаций в других формальных аксиоматических теориях.

К настоящему времени существенные приложения теории алгоритмов имеются фактически во всех областях математики, где встречаются алгоритмические проблемы. Для каждой теории формулируется проблема разрешения множества всех истинных или доказуемых предложений этой теории относительно множества всех её предложений. Все теории подразделяются на разрешимые и неразрешимые — в зависимости от разрешимости или неразрешимости указанной проблемы. Кроме того, для каждой формальной теории имеются, и часто ещё до сих пор ждут своего решения, другие алгоритмические проблемы.

Неразрешимые алгоритмические проблемы встречаются в алгебре (проблема тождества слов для полугрупп и групп), в теории чисел (проблема разрешимости диофантовых уравнений), в топологии и других математических теориях.