

УДК 614.8



<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии

Бруп Х. В., Дюмортье Ф., ван Стрин С., Такенс Ф.

Структуры в динамике. Конечномерные детерминированные системы. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 336 стр.

В книге охвачены как диссипативный, так и консервативный аспекты теории динамических систем, некоторые вопросы освещаются по-новому, что помогает их более глубокому пониманию. Материал книги охватывает основные разделы нелинейной динамики и теории детерминированного хаоса. Книга может являться хорошим введением в эти области.

Предназначена для студентов и аспирантов университетов, специалистов по динамическим системам.

ISBN 5-93972-236-9

© 1991 Elsevier Science Publishers B.V

© Перевод на русский язык,
Институт компьютерных исследований, 2003

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Оглавление

Предисловие редактора перевода	11
Введение	13
ГЛАВА 1. <i>Х. В. Брур</i>. Введение в теорию динамических систем . .	17
1.1. Что такое динамическая система?	18
1.1.1. Пример: обыкновенные дифференциальные уравнения	18
1.1.2. Пример: эндоморфизмы	20
1.1.3. Пример: диффеоморфизмы	21
1.1.4. Определение динамической системы	24
1.2. Постановка задачи	25
1.2.1. Некоторые простые типы движения	25
1.2.2. Пример: гиперболический точечный аттрактор	26
1.2.3. Пример: маятник с демпфированием и без демпфирования	26
1.2.4. Пример: дифференциальное уравнение Ван-дер-Поля	28
1.2.5. Предварительная постановка задачи	29
1.2.6. Определение аттрактора	29
1.2.7. Примеры: некоторые другие аттракторы	29
1.2.8. Пример: некоторые движения периодически возбужденного маятника	33
1.2.9. Постановка задачи	37
1.3. Литература	38
ГЛАВА 2. <i>Х. Брур и Ф. Дюмортье</i>. Типичность и структурная устойчивость	41
2.1. Сохраняемость, топология	41
2.1.1. Сохраняемость гиперболической устойчивой неподвижной точки	41
2.1.2. Определение C^k -топологии	42
2.1.3. Некоторые свойства C^k -топологии, определение типичности	42
2.2. Эквивалентная динамика, структурная устойчивость	43
2.2.1. Определение сопряженности	43

2.2.2.	Свойства сопряженности	43
2.2.3.	Определение и основное свойство структурной устойчивости	44
2.3.	Является ли структурная устойчивость типичным свойством?	45
2.3.1.	Локальная C^1 -сопряженность векторных полей	45
2.3.2.	Предварительное обсуждение, примеры	46
2.3.3.	Локальная структурная устойчивость	52
2.4.	Разное	55
2.4.1.	Глобальные результаты	55
2.4.2.	Неожиданный полулокальный инвариант	61
2.5.	Векторные поля на компактных поверхностях	62
2.5.1.	Предварительные замечания	62
2.5.2.	Простое предельное поведение.	63
2.5.3.	Поток Черри	66
2.5.4.	Еще раз о векторных полях Морса – Смейла	67
2.6.	Литература	69
ГЛАВА 3.	Ф. Такенс. Бифуркации	71
3.1.	Седло-узловая бифуркация	71
3.1.1.	Центральные многообразия	73
3.1.2.	Седло-узловые бифуркации в случае диффеоморфизмов и отображений	74
3.1.3.	Надстройка над седло-узлом	76
3.1.4.	Локальная структурная устойчивость	77
3.1.5.	Примеры. Перемежаемость	78
3.2.	Бифуркация удвоения периода	82
3.2.1.	Примеры	85
3.3.	Бифуркация Хопфа	88
3.3.1.	Пример (ван дер Поль – Лъенар)	91
3.3.2.	Бифуркация Хопфа в случае диффеоморфизмов и отображений	91
3.3.3.	Каскады бифуркаций Хопфа	93
3.4.	Заключительные замечания	95
3.5.	Литература	97
ГЛАВА 4.	Х. В. Брур. Семейство квазипериодических аттракторов	99
4.1.	Определение квазипериодичности и постановка задачи	99
4.1.1.	Определения параллельных и квазипериодических движений	99
4.1.2.	Постановка задачи	101
4.2.	Два примера и предварительный анализ возмущений	102
4.2.1.	Пример: осциллятор с периодическим возмущением	102

4.2.2.	Пример: слабо связанные осцилляторы	103
4.2.3.	Предварительное обсуждение: введение параметров и сведение к квазипериодическому случаю	104
4.3.	Задача о возмущении отображений окружности	105
4.3.1.	Сведение к центральному многообразию	105
4.3.2.	Отображение Пуанкаре	106
4.3.3.	Число вращения	107
4.3.4.	Аналитические сопряжения между отображениями окружности; малые знаменатели	108
4.3.5.	Выводы	111
4.4.	Несколько замечаний о консервативных системах	113
4.4.1.	Пример: недемпфированный маятник с периодическим возбуждением	114
4.4.2.	Задача о возмущении	114
4.5.	Литература	115
ГЛАВА 5.	Ф. Такемс. Хаос	119
5.1.	Временные реализации	119
5.2.	Процедура предсказания	120
5.2.1.	(k, ϵ) -процедура	120
5.2.2.	Анализ процедуры отказов	121
5.3.	Интерпретация размерности и энтропии для динамических систем	123
5.3.1.	Роль неполных наблюдений	123
5.3.2.	Размерность	124
5.3.3.	Энтропия	126
5.4.	Об определении хаоса	128
5.5.	Хаос: вероятностные аспекты	130
5.5.1.	Инвариантные меры	130
5.5.2.	Автокорреляции	131
5.5.3.	Спектр мощности	131
5.6.	Литература	132
ГЛАВА 6.	С. Джс. ван Стрин. Динамика отображений интервала	133
6.1.	Комбинаторика отображений интервала	134
6.1.1.	Примеры	134
6.1.2.	Теорема Шарковского	140
6.1.3.	Определение комбинаторной эквивалентности	144
6.1.4.	Комбинаторная эквивалентность и особая роль критической орбиты	149
6.1.5.	Вопросы комбинаторной реализации	150
6.2.	Топологические свойства отображений интервала	155

6.2.1.	Принцип сжатия	156
6.2.2.	«Почти линейный» случай	157
6.2.3.	Принцип минимума и принцип Кёбе	160
6.2.4.	Число аттракторов	163
6.2.5.	Отсутствие блуждающих интервалов	164
6.2.6.	Чувствительная зависимость (сенситивность)	169
6.3.	Метрические и статистические результаты	170
6.3.1.	Случай периодического аттрактора	172
6.3.2.	Итерации отображений Мизюревича имеют «почти полиномиальную» форму	175
6.3.3.	Отображения Мизюревича эргодичны	178
6.3.4.	Отображения Мизюревича имеют инвариантную меру	179
6.4.	Заключительные замечания	181
6.5.	Литература	182

ГЛАВА 7. *Ф. Дюмортье*. Локальное изучение векторных полей на плоскости:

	особые точки и их деформации	185
7.1.	Введение	186
7.1.1.	Версальность	187
7.1.2.	Типичность	188
7.2.	Изучение особых точек	191
7.3.	Версальные деформации для особых точек векторных полей	193
7.4.	Сведение к центральному многообразию	196
7.4.1.	Случай векторных полей	196
7.4.2.	Случай семейств векторных полей	198
7.5.	Разрешение особенностей	199
7.5.1.	Полярное раздутие в \mathbb{R}^n	199
7.5.2.	Полярное раздутие и раздутие по направлению в \mathbb{R}^2	200
7.5.3.	«Хорошее» разложение векторных полей в \mathbb{R}^2	205
7.5.4.	Квазиоднородное раздутие и диаграмма Ньютона	207
7.6.	Нормальные формы	214
7.6.1.	Нормальные формы для векторных полей	214
7.6.2.	Нормальные формы для деформаций	222
7.7.	C^∞ -деформации на \mathbb{R} и полугиперболические бифуркации в \mathbb{R}^2	228
7.7.1.	C^∞ -деформации на \mathbb{R}	228
7.7.2.	Полугиперболические бифуркации на \mathbb{R}^2	229
7.7.3.	Примеры версальных деформаций	231
7.8.	Бифуркации Хопфа – Такенса в \mathbb{R}^2	234
7.8.1.	Общее описание	234

7.9.	Некоторые глобальные бифуркации коразмерности 1 на плоскости	243
7.9.1.	Периодические орбиты конечной коразмерности и их деформации	243
7.9.2.	Общая бифуркация петли седла	244
7.10.	Бифуркация Богданова–Тakensа	250
7.10.1.	Общие замечания	250
7.10.2.	Полное исследование квадратичного семейства Богданова–Тakensа	252
7.10.3.	Локальное исследование общей бифуркации Богданова–Тakensа	257
7.11.	Литература	261
7.11.1.	Об особых точках функций и отображений, катастрофах, топологии Уитни, подготовительной теореме и теореме делимости	261
7.11.2.	Общие сведения о динамических системах и бифуркациях	261
7.11.3.	Специальная литература об особых точках векторных полей и их деформациях	262
7.11.4.	Разное)	264
ГЛАВА 8.	Ф. Такенс. Термодинамический формализм	266
8.1.	Инвариантные меры динамических систем	266
8.1.1.	Введение	266
8.1.2.	Инвариантные меры. Существование и эргодичность	267
8.1.3.	Неединственность инвариантных мер: первый пример	269
8.1.4.	Дальнейшие примеры неединственности инвариантных мер	271
8.1.5.	Обратимые динамические системы с неединственными инвариантными мерами	272
8.1.6.	Обратный предел	272
8.1.7.	Якобиан	274
8.1.8.	Приложение: меры, определяемые относительными частотами	275
8.2.	Меры, описывающие термодинамические состояния	276
8.2.1.	Конечные системы	277
8.2.2.	Конечные и бесконечные спиновые решеточные системы	278
8.2.3.	Конечные решетки как часть бесконечной решетки	279
8.2.4.	Трансляция и якобиан	280
8.2.5.	Вариационный принцип	281
8.3.	Оператор Рюэля	283

8.3.1.	Определение оператора Рюэля	283
8.3.2.	Оператор Рюэля для разделяющих отображений	285
8.3.3.	Гомологическое условие для вещественных функций на X	287
8.3.4.	Естественная мера на гиперболическом аттракторе	288
8.4.	Литература	289
ГЛАВА 9. <i>Х. В. Брур</i>. Консервативные динамические системы		291
9.1.	Введение	291
9.1.1.	Инвариантный объем	291
9.1.2.	Роль симметрий	292
9.1.3.	Интегрируемость и почти интегрируемость	292
9.2.	Примеры интегрируемых систем	293
9.2.1.	Движение в центральном силовом поле	293
9.2.2.	Свободная частица на поверхности вращения	297
9.3.	Гамильтоновы системы	299
9.3.1.	Гамильтоновы системы в евклидовом пространстве	300
9.3.2.	Канонические или симплектические преобразования	304
9.3.3.	Обобщения	307
9.4.	Интегрируемые системы	310
9.4.1.	Теорема Лиувилля об интегрируемости	311
9.4.2.	Переменные «действие-угол»	314
9.4.3.	Примеры переменных «действие-угол»	314
9.5.	Вблизи интегрируемости	316
9.5.1.	Теория КАМ	317
9.5.2.	Неинтегрируемость	321
9.6.	Литература	325
Предметный указатель		330