ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.375

Б.И. СМЕТАНИН, Б.В. СОБОЛЬ, С.С. ВОЛКОВ

ОБ ОДНОМ ЭФФЕКТИВНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СО СМЕШАННЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Рассматривается двумерное сингулярное интегральное уравнение в достаточно произвольной симметричной области, к которому сводятся некоторые задачи механики со смешанными граничными условиями. К таковым, в частности, относятся задачи о плоском ударе пластинки о поверхность несжимаемой жидкости, а также задача о плоской трещине нормального разрыва в неограниченной упругой среде. Специальным представлением ядра интегрального уравнения удается существенно ослабить его сингулярность, что, в свою очередь, позволяет реализовать устойчивый вычислительный процесс по методу коллокаций.

Ключевые слова: *сингулярное интегральное уравнение, трещина, метод коллокаций, полином Чебышева II рода.*

Постановка задачи. Рассмотрим интегральное уравнение следующего вида:

$$\iint_{\Omega} \frac{q(\xi,\eta)R(x,y,\xi,\eta)}{(\xi-x)(\eta-y)}\,d\xi dy = 2\pi xy\,;\ (x,y)\in\Omega\,;\ R=\sqrt{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2}\,. \quad (1)$$

Здесь Ω - некоторая замкнутая область, имеющая две оси симметрии *Ox* и *Oy*; $q(\xi,\eta)$ - неизвестная функция, удовлетворяющая условию

$$q(x,y)_L = 0\,. \quad (2)$$

В задаче о плоской трещине нормального разрыва уравнение (1) вытекает как следствие непосредственного интегрирования известного интегродифференциального уравнения [1] с учетом симметрии задачи.

В этом случае $q(x,y)$ - приведенная к безразмерной нагрузке $\dfrac{p}{\theta}$ амплитуда раскрытия трещины. Здесь *p=const* – интенсивность нормальной нагрузки, приложенной к берегам трещины; $\theta = E\,[2(1-\nu^2)]^{-1}$, *E* – модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона.

Интегральное уравнение [1], в частности, также можно трактовать как модель задачи об ударе абсолютно жесткой плоской пластины формы в плане Ω о поверхность несжимаемой жидкости. В этом случае определению подлежит функция импульсивного давления под пластиной.

Если кривизна контура *L* области Ω, рассматриваемая как функция дуги *S*, принадлежит $H_1^{\alpha}(L), \alpha > 0$, то решение уравнения (1) имеет вид

$$q(x,y) = \sqrt{l(x,y)}\,\omega(x,y)\,, \quad (3)$$

где $l(x,y) = 0$ - уравнение границы области Ω.