

ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ  
ХАНТЫ-МАНСКИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ  
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ХАНТЫ-МАНСКИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ  
«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

---

*С. А. Курманова*

# ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

Направление подготовки  
*44.03.05 Педагогическое образование*  
*(с двумя профилями подготовки)*

Сургут, 2019

УДК 511(075.8)  
ББК 22.13я73-9  
К 93

*Печатается по рекомендации  
отдела сертификации и методического  
сопровождения образовательного процесса  
БУ «Сургутский государственный педагогический университет»*

**Третьяков Сергей Анатольевич**

Рецензент:

кандидат физико-математических наук,  
доцент кафедры высшей математики и информатики  
БУ «Сургутского государственного  
педагогического университета»

**К 93 Курманова, С. А.**

**Теория чисел** : учеб.-метод. пособие : направление подгот. 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) / С.А. Курманова ; Департамент образования и молодеж. политики ХМАО – Югры, Бюджет. учреждение высш. образования ХМАО – Югры «Сургут. гос. пед. ун-т». – Сургут : РИО БУ «Сургутский государственный педагогический университет», 2019. – 43, [1] с.

В данное учебно-методическое пособие включены материалы для организации учебного процесса по дисциплине «Теория чисел». Каждый учебный элемент имеет цель, определено его содержание; подобраны теоретические сведения по теории делимости и теории сравнений целых чисел, вопросы для самопроверки, примеры решения задач.

Пособие может быть использовано на практических занятиях, для самостоятельного изучения дисциплины и проверки степени усвоения учебного материала, а также поможет создать условия для групповых работ студентов.

Пособие предназначено для бакалавров направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) с математической направленностью.

**УДК 511(075.8)  
ББК 22.13я73-9**

# СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
<b>МОДУЛЬ 1. ОТНОШЕНИЕ ДЕЛИМОСТИ В КОЛЬЦЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ .....</b>	<b>8</b>
УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ 1. ДЕЛИМОСТЬ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ .....	8
УЭ 1.1 ОТНОШЕНИЕ ДЕЛИМОСТИ .....	8
Теоретические сведения .....	8
Примеры решения задач .....	9
Упражнения .....	9
УЭ 1.2 НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ. АЛГОРИТМ ЕВКЛИДА .....	10
Теоретические сведения .....	10
Примеры решения задач .....	11
Упражнения .....	12
УЭ 1.3 НАИМЕНЬШЕЕ ОБЩЕЕ КРАТНОЕ .....	12
Теоретические сведения .....	12
Упражнения .....	13
Контрольные вопросы .....	13
Контрольные задания .....	13
УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ 2. ПРОСТЫЕ ЧИСЛА .....	14
УЭ 2.1 ПРОСТЫЕ И СОСТАВНЫЕ ЧИСЛА .....	14
Теоретические сведения .....	14
Примеры решения задач .....	15
Упражнения .....	15
УЭ 2.2 ОСНОВНАЯ ТЕОРЕМА АРИФМЕТИКИ .....	16
Теоретические сведения .....	16
Упражнения .....	16
УЭ 2.3 ВАЖНЕЙШИЕ ФУНКЦИИ ТЕОРИИ ЧИСЕЛ .....	17
Теоретические сведения .....	17
Примеры решения задач .....	17
Упражнения .....	18
Контрольные вопросы .....	18
Контрольные задания .....	18
УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ 3. ЦЕПНЫЕ И ПОДХОДЯЩИЕ ДРОБИ .....	19
УЭ 3.1 КОНЕЧНЫЕ ЦЕПНЫЕ ДРОБИ. ПОДХОДЯЩИЕ ДРОБИ .....	19
Теоретические сведения .....	19
Примеры решения задач .....	20
Упражнения .....	21
УЭ 3.2 БЕСКОНЕЧНЫЕ ЦЕПНЫЕ ДРОБИ .....	22
Теоретические сведения .....	22
Примеры решения задач .....	22
Упражнения .....	23
Контрольные вопросы .....	23
Контрольные задания .....	23

<b>МОДУЛЬ 2. ОТНОШЕНИЕ СРАВНЕНИЯ В КОЛЬЦЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ</b> .....	24
<b>УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ 4. СРАВНЕНИЯ В КОЛЬЦЕ ЦЕЛЫХ ЧИСЕЛ</b> .....	24
УЭ 4.1 СРАВНЕНИЯ .....	24
Теоретические сведения .....	24
Примеры решения задач .....	25
Упражнения .....	25
УЭ 4.2 ПОЛНАЯ И ПРИВЕДЕННАЯ СИСТЕМЫ ВЫЧЕТОВ .....	26
Теоретические сведения .....	26
Примеры решения задач .....	27
Упражнения .....	27
УЭ 4.3 ТЕОРЕМЫ ЭЙЛЕРА И ФЕРМА .....	28
Теоретические сведения .....	28
Примеры решения задач .....	28
Упражнения .....	29
Контрольные вопросы .....	29
Контрольные задания .....	29
<b>УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ 5. СРАВНЕНИЯ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ</b> .....	30
УЭ 5.1 РЕШЕНИЕ СРАВНЕНИЙ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ .....	30
Теоретические сведения .....	30
Примеры решения задач .....	31
Упражнения .....	34
УЭ 5.2 РЕШЕНИЕ СИСТЕМ СРАВНЕНИЙ С ОДНИМ НЕИЗВЕСТНЫМ .....	33
Теоретические сведения .....	33
Примеры решения задач .....	34
Упражнения .....	35
Контрольные вопросы .....	35
Контрольные задания .....	35
<b>УЧЕБНЫЙ ЭЛЕМЕНТ 6. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ СРАВНЕНИЙ</b> ...	36
УЭ 6.1 ОБРАЩЕНИЕ НЕСОКРАТИМОЙ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ В ДЕСЯТИЧНУЮ .....	36
Теоретические сведения .....	36
Примеры решения задач .....	37
Упражнения .....	38
УЭ 6.2 НАХОЖДЕНИЕ ОСТАТКОВ ПРИ ДЕЛЕНИИ НА ДАННОЕ ЧИСЛО .....	39
Теоретические сведения .....	39
Примеры решения задач .....	40
УЭ 6.3 ПРОВЕРКА РЕЗУЛЬТАТОВ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ .....	41
Теоретические сведения .....	41
Примеры решения задач .....	41
Упражнения .....	42
Контрольные вопросы .....	42
Контрольные задания .....	42
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	43

А

Первое условие, которое надлежит выполнять в математике – это быть точным,  
второе – быть ясным и, насколько можно, простым.  
*Г. Лейбниц*

## ПРЕДИСЛОВИЕ

---

Теоретико-числовые вопросы вызывают интерес не только у специалистов математиков, но и у значительно более широкого круга людей, задумывающихся над отдельными арифметическими проблемами. Охватывая полностью учебную программу по теории чисел, учебно-методическое пособие содержит и дополнительный материал, развивающий тот небольшой обязательный курс, который изучается всеми бакалаврами математической направленности в педагогических вузах, как в очной, так и в заочной форме обучения.

Дисциплина «Теория чисел» относится к базовой части цикла дисциплин и осваивается студентами в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями) математической направленности.

Для освоения дисциплины необходимы базовые знания по школьному курсу математики, курсу алгебры. Предполагается, что обучаемые владеют базовыми понятиями функциональной линии школьного курса математики, аппаратом линейной алгебры, математического анализа; умеют проводить типовые исследования.

Результаты освоения данного курса являются содержательной основой для изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Элементарная математика», а также для успешного прохождения учебных и производственных практик.

Изучение дисциплины «Теория чисел» имеет целью формирование у обучающихся способов математической деятельности на основе фундаментальных понятий теории чисел.

Задачи дисциплины:

- 1) овладеть системой основных понятий и способов теории делимости в кольце целых чисел, необходимых для реализации образовательной программы;
- 2) освоение способов применения теории сравнений для решения практических задач.

Процесс изучения дисциплины «Теория чисел» по направлению 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) математической направленности связан с формированием следующей компетенции:

- готовность реализовывать образовательные программы по предмету в соответствии с требованиями образовательных стандартов (ПК-1).

В результате изучения дисциплины обучающийся должен овладеть следующими компонентами компетенций:

*знать*

- основные понятия теории делимости в кольце целых чисел;
- понятия НОД и НОК;
- алгоритм Евклида;
- основную теорему арифметики;
- способ построения решета Эратосфена;
- понятия цепных и подходящих дробей;
- способ представления чисел в виде цепной дроби;
- определение сравнимых чисел по заданному модулю;
- определения полной и приведенной системы вычетов;

- теоремы Эйлера и Ферма;
- способы решения сравнений первой степени;
- способы решения сравнений высших степеней;
- способы решения системы сравнений;
- приемы нахождения остатков при делении с помощью сравнений;
- необходимые признаки правильности и достаточные признаки неправильности результатов выполнения арифметических действий;

*уметь*

- оперировать основными понятиями теории делимости;
- определять остатки и частные при делении;
- находить НОД с помощью алгоритма Евклида;
- оперировать понятиями «простое число» и «составное число»;
- раскладывать натуральные числа на множители;
- оперировать понятиями «конечные цепные дроби», «подходящие дроби»;
- представлять в виде цепной дроби числа и находить подходящие дроби этого числа;
- оперировать понятием «сравнение»;
- определять полную и приведенную системы вычетов;
- применять теоремы Эйлера и Ферма к решению сравнений;
- решать сравнения первой степени;
- решать сравнения высших степеней;
- решать системы сравнений первой степени;
- вычислять остаток от деления с помощью сравнений;
- проверять правильность выполненных арифметических действий с помощью сравнений;

*владеть*

- способами теории делимости для решения практических задач;
- способами теории сравнений для использования в профессиональной деятельности;

*иметь опыт*

- решения задач с помощью методов теории чисел, в том числе практико-ориентированных и школьных задач.

Общая трудоемкость дисциплины составляет **2 зачетные единицы, 72 часа:**

- контактная работа **36 часов;**
- самостоятельная работа студента **36 часов.**

Дисциплина «Теория чисел» в своем содержании имеет два модуля. Модуль 1 «Отношение делимости в кольце целых чисел» имеет цель: овладение обучающимися системой основных понятий теории делимости и основными приемами решения задач. В результате изучения модуля обучающийся должен воспроизводить основные понятия теории делимости, уметь применять их при решении типовых задач теории делимости. Изучение модуля 2 «Отношение сравнения в кольце целых чисел» направленно на овладение понятийным аппаратом теории сравнений и основными приемами решения практических задач. Воспроизведение основных понятий теории сравнений, умение применять их при решении практических задач теории сравнений является результатом изучения данного модуля.

Основной формой контроля являются письменные работы, которые обучающиеся выполняют на практических занятиях, в качестве рубежного контроля по освоению соответствующего модуля, а так же при выполнении индивидуальных заданий.

Промежуточная аттестация – зачет, который выставляется по результатам освоения двух модулей.

*Цель пособия* – освоение студентами основных обобщенных способов действий, позволяющих анализировать и решать задачи теории чисел.

Учебно-методическое пособие ставит задачу формирования умений решать основные типы задачи по дисциплине «Теория чисел».

Материал данного пособия может быть использован при организации практических занятий, самостоятельной работы студентов, а также в качестве основы для ряда курсовых работ по элементарной математике.

Представленный список литературы помогут бакалаврам педагогического образования математической направленности в самостоятельном изучении дисциплины, при необходимости углубить и закрепить полученные знания.

Теоретический материал подкреплён примерами. Каждый учебный элемент заканчивается контрольными вопросами и заданиями, позволяющими проверить усвоение изложенного материала.

Каждый структурный элемент учебно-методического пособия отмечен специальным значком для концентрации внимания обучающегося и обозначения границ перехода от одного структурного элемента к последующему.



### **ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**

Структурный компонент «Теоретические сведения» содержит основные теоретические положения соответствующего учебного элемента.



### **ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**

Структурный компонент «Примеры решения задач» представлен основными задачами с решениями, которые предусматривают практическое применение изученного теоретического материала соответствующего учебного элемента.



### **УПРАЖНЕНИЯ**

Структурный компонент «Упражнения» содержит задания, подобранные с учётом разного уровня математической деятельности студентов, которые могут быть предложены обучающимся, как для индивидуального, так и для группового решения. Упражнения соответствующего учебного элемента дадут возможность проверить правильность выработанного способа действия и отработать умение самостоятельного выполнения упражнений, а также позволят оценить качество усвоения изученного материала.



### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

Каждый учебный элемент пособия сопровождается системой вопросов для самопроверки рассмотренных теоретических положений.



### **КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ**

Структурный компонент «Контрольные задания» содержит примерные задания для организации контроля усвоения материала учебного элемента

Данное учебно-методическое пособие может быть полезным учителям, обучающимся высших учебных заведений и колледжей (в первую очередь – педагогических), учащимся старших классов и всем, кто интересуется теорией чисел.