

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Сибирский федеральный университет

*Посвящается академику  
Кириллу Сергеевичу Александрову,  
учителю и наставнику*

**А. М. Капитонов, В. Г. Васильев, С. И. Бурков**

# **РЕШЕТОЧНЫЕ УПРУГИЕ ПОСТОЯННЫЕ МИНЕРАЛОВ СО СЛОЖНОЙ ВНУТРЕННЕЙ СТРУКТУРОЙ**

Монография

Красноярск  
СФУ  
2017

УДК 622.02  
ББК 22.372  
К202

**Авторы:**

А. М. Капитонов (главы 1–11), В. Г. Васильев (главы 1–5),  
С. И. Бурков (глава 7)

**Рецензенты:**

*С. Г. Овчинников*, доктор физико-математических наук, профессор,  
заместитель директора по научной работе Института физики им. Л. В. Ке-  
ренского СО РАН;

*А. Н. Втюрин*, доктор физико-математических наук, заместитель  
директора Института физики им. Л. В. Керенского СО РАН

**Капитонов, А. М.**

К202

Решеточные упругие постоянные минералов со сложной внут-  
ренней структурой : монография / А. М. Капитонов, В. Г. Василь-  
ев, С. И. Бурков. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2017. – 632 с.  
ISBN 978-5-7638-3595-3

Монография посвящена упругим свойствам минералов со сложной внутренней структурой. Рассмотрены основные факторы влияния на упру-  
гие постоянные минералов, природа которых связана с взаимодействием  
решетки с другими подсистемами кристалла. Изложены методологические  
принципы определения решеточных упругих постоянных анизотропных ку-  
бических, гексагональных и тригональных минералов со сложной внутрен-  
ней структурой ультразвуковым методом.

Дан критический анализ упругих свойств минералов. Приведены новые  
данные об упругих свойствах пирита, еремеевита, минералов со структурой  
корунда и берилла, магнитных минералов гематита и магнетита. Изложены  
как оригинальные результаты исследования авторов, так и необходимые  
сведения учебного характера из соответствующих разделов кристаллоаку-  
стики.

Монография представляет интерес для физиков, геологов, геофизиков,  
научных сотрудников, преподавателей, аспирантов и студентов физическо-  
го, геологического и геофизического профилей.

**Электронный вариант издания см.:**  
<http://catalog.sfu-kras.ru>

**УДК 622.02**  
**ББК 22.372**

ISBN 978-5-7638-3595-3

© Сибирский федеральный университет, 2017

# ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>Введение .....</b>	<b>10</b>
<b>Глава 1. Системный подход в изучении упругих свойств минералов – объектов геосистемы .....</b>	<b>14</b>
1.1. Общие вопросы и определения .....	14
1.2. Минералы как твердые тела со сложной внутренней структурой и причины их возникновения .....	22
1.3. Совершенные и дефектные минералы .....	24
Выводы .....	28
Список литературы к гл. 1 .....	28
<b>Глава 2. Упругие показатели минералов .....</b>	<b>31</b>
2.1. Физико-механические характеристики твердых тел и место в них упругих постоянных .....	31
2.2. Упругие постоянные и постоянные податливости .....	34
2.3. Упругие постоянные некоторых минералов .....	38
2.4. Линейная и объемная сжимаемость, модуль объемного сжатия .....	50
2.5. Упругие характеристики минералов ограниченных размеров .....	52
2.5.1. Модуль Юнга .....	52
2.5.2. Модуль сдвига .....	57
2.5.3. Коэффициент Пуассона .....	57
2.6. Параметры упругой анизотропии минералов .....	59
2.6.1. Параметры анизотропии кубических минералов .....	60
2.6.2. Упругая анизотропия кубических кристаллов .....	64
2.6.3. Параметры анизотропии минералов низкой симметрии .....	75
2.6.4. Упругая анизотропия гексагональных кристаллов .....	80
2.6.5. Анизотропия кубических кристаллов в гексагональной установке .....	88
2.6.6. Анизотропия тригональных кристаллов .....	100
2.7. Внутренняя энергия упругих кристаллов .....	102
2.8. Зависимость упругих постоянных кристаллов от температуры .....	104
2.8.1. Основные положения .....	104
2.8.2. Теория температурной зависимости упругих постоянных диэлектриков .....	118
2.8.3. Сравнение теоретических и экспериментальных значений .....	121
2.9. Зависимость упругих постоянных кристаллов от давления .....	129
2.9.1. Экспериментальные результаты .....	129

2.9.2. Вычисление производных упругих постоянных второго порядка по давлению.....	134
2.10. Зависимость упругой анизотропии минералов от температуры и давления .....	134
Выводы .....	138
Список литературы к гл. 2.....	138
<b>Глава 3. Упругая динамика кристаллов .....</b>	<b>149</b>
3.1. Уравнение движения упругих анизотропных кристаллов.....	149
3.2. Кубические кристаллы .....	152
3.3. Гексагональные минералы .....	155
3.3.1. Уравнение Грина – Кристоффеля.....	155
3.3.2. Особенности распространения упругих волн в сильно анизотропных кристаллах.....	159
3.3.3. Формулы для расчета упругих постоянных .....	165
3.4. Тригональные кристаллы .....	167
3.4.1. Уравнение Грина – Кристоффеля.....	167
3.4.2. Формулы для расчета упругих постоянных .....	180
3.4.3. О знаке упругой постоянной $C_{14}$ тригональных кристаллов.....	181
3.4.4. Выбор кристаллофизической системы координат тригональных кристаллов.....	191
Выводы .....	196
Список литературы к гл. 3.....	197
<b>Глава 4. Критический анализ методов изучения упругих свойств твердых тел .....</b>	<b>200</b>
4.1. Общая характеристика методов .....	200
4.2. Статические методы .....	201
4.3. Определение упругих податливостей минералов.....	202
4.4. Определение модуля объемного сжатия минералов .....	204
4.5. Динамические методы .....	206
4.5.1. Общая характеристика динамических методов .....	206
4.5.2. Резонансные методы .....	207
4.5.3. Интерферометрический метод при возбуждении непрерывных упругих волн .....	209
4.5.4. Импульсные методы .....	210
4.5.5. Акустооптические методы. Лазерный ультразвуковой метод измерения скорости звука.....	215
4.5.6. Метод импульсной интерферометрии .....	216
4.5.7. Сравнение методов .....	220
Выводы .....	221
Список литературы к гл. 4.....	221

<b>Глава 5. Методологические принципы изучения упругих свойств кристаллов со сложной внутренней структурой .....</b>	<b>225</b>
5.1. Основные определения: предельные и решеточные значения упругих постоянных, упругая подсистема и взаимодействующие подсистемы .....	226
5.2. Кристаллофизическая система координат .....	230
5.3. Принцип взаимодействующих подсистем и понятие «эффективные упругие постоянные кристаллов» .....	232
5.3.1. Магнитные кристаллы .....	234
5.3.2. Влияние дислокаций на упругие свойства немагнитных металлов и диэлектриков .....	243
5.3.3. Экспериментальные данные влияния дислокаций на упругие свойства металлических кристаллов .....	247
5.3.4. Экспериментальные данные влияния дислокаций на упругие постоянные диэлектриков .....	255
5.3.5. Влияние точечных дефектов .....	257
5.3.6. Дефекты консолидации (поры) и сплошности (микротрещины) .....	262
5.3.7. Влияние дефектов роста .....	263
5.4. Механическое состояние, метод и условия измерения упругих характеристик твердых тел .....	264
5.4.1. Механическое состояние твердых тел .....	264
5.4.2. Обоснование метода определения решеточных упругих постоянных реальных минералов .....	266
5.4.3. Статический и динамический модули Юнга твердых тел (методические исследования) .....	268
5.4.4. Зависимость упругих характеристик твердых тел от способа измерения динамическими методами .....	273
5.4.5. Условия измерения упругих постоянных .....	275
5.5. Определение фазовых скоростей упругих волн и расчет упругих постоянных .....	278
5.5.1. Выбор метода измерения фазовых скоростей упругих волн .....	279
5.5.2. Геометрическая и пространственная дисперсии .....	288
5.5.3. Принцип наименьшего образца. Размерные эффекты .....	289
5.5.4. Динамическое взаимодействие упругих волн со средой .....	299
5.5.5. Принцип выбора оптимальных акустических мод .....	299
5.5.6. Принцип выбора оптимальных акустических мод для расчета упругих постоянных кубических кристаллов .....	301
5.5.7. Принцип выбора оптимальных акустических мод для гексагональных кристаллов .....	311

5.5.8. Принцип выбора оптимальных акустических мод для тригональных кристаллов .....	314
5.5.9. Принцип определения невзаимодействующих упругих волн в кристаллах со сложной внутренней структурой .....	319
Выводы .....	322
Список литературы к гл. 5 .....	324
<b>Глава 6. Упругие свойства минерала пирита.....</b>	<b>330</b>
6.1. Критический анализ упругих свойств пирита .....	330
6.2. Образцы и методика исследования .....	331
6.3. Упругие свойства пирита Березовского месторождения.....	338
6.3.1. Скорости распространения упругих волн и упругие постоянные .....	338
6.3.2. Упругие постоянные и упругие податливости .....	341
6.3.3. Модуль Юнга и коэффициент Пуассона .....	342
6.3.4. Упругие свойства пирита в гексагональной установке .....	346
6.3.5. Проверка теории Лавалья и Рамана .....	347
6.4. Упругие свойства пирита из скарнового свинцового месторождения Хакасии.....	348
6.4.1. Скорости распространения упругих волн и упругие постоянные .....	348
6.4.2. Проверка теории Лавалья и Рамана .....	348
6.5. Упругие свойства пирита из вольфрам-молебденового высокотемпературного месторождения Акчатау (Узбекистан).....	349
6.6. Упругие свойства пирита Айдишлинского колчеданно-полиметаллического месторождения (Южный Урал) .....	350
6.7. Упругие свойства пирита из метаморфизованных кристаллических сланцев Таймыра .....	351
6.8. Упругие свойства пирита угольного месторождения Донбасса .....	351
6.9. Сравнение упругих постоянных пирита из разных месторождений .....	352
Выводы .....	355
Список литературы к гл. 6.....	356
<b>Глава 7. Упругие свойства тригонального кристалла рубина .....</b>	<b>358</b>
7.1. Кристаллическая структура и сведения об упругих свойствах минерала корунда.....	358
7.2. Образцы и метод исследования .....	362
7.3. Особенности определения упругих постоянных рубина ультразвуковым методом .....	362
7.3.1. Распространение упругих волн в плоскости (ZX).....	363
7.3.2. Распространение упругих волн в плоскости (ZY).....	367
7.3.3. Экспериментальные значения скоростей упругих волн .....	371

7.4. Методика определения упругих постоянных тригональных кристаллов ультразвуковым методом.....	372
7.4.1. Упругие постоянные $C_{11}$ , $C_{33}$ , $C_{44}$ , $C_{66}$ , $C_{12}$ .....	372
7.4.2. Расчет упругой постоянной $C_{13}$ .....	378
7.4.3. Обоснование положительных направлений осей кристаллофизической системы координат .....	381
7.4.4. Расчет упругой постоянной $C_{14}$ .....	383
7.5. Сравнение измеренных упругих постоянных рубина с литературными данными.....	386
Выводы .....	389
Список литературы к гл. 7.....	390

## **Глава 8. Упругие свойства тригонального слабого ферромагнетика гематита..... 391**

8.1. Общие принципы определения упругих постоянных магнитных кристаллов .....	393
8.2. Упругая динамика тригональных кристаллов .....	396
8.3. Кристаллическая структура гематита .....	403
8.4. Магнитная структура и магнитные свойства гематита.....	406
8.5. Взаимодействие магнитной подсистемы с решеткой тригональных антиферромагнетиков с анизотропией типа «легкая плоскость» .....	410
8.5.1. Основные положения теории.....	411
8.5.2. Исследования, подтверждающие динамическое взаимодействие упругих и спиновых волн в гематите.....	416
8.6. Критический анализ упругих свойств гематита (обзор).....	426
8.6.1. Модуль объемного сжатия монокристалла гематита.....	427
8.6.2. Упругие характеристики поликристаллического гематита.....	435
8.6.3. Упругие характеристики монокристалла гематита .....	437
8.7. Экспериментальные исследования упругих свойств гематита.....	441
8.7.1. Образцы и метод измерения скоростей распространения упругих волн .....	442
8.7.2. Упругая постоянная $C_{11}$ .....	443
8.7.3. Характеристика упругих волн, скорости которых используют для расчета упругой постоянной $C_{44}$ .....	447
8.7.4. Взаимодействующая поперечная мода $T[ZX]$ .....	448
8.7.5. Невзаимодействующая поперечная мода $T[ZY]$ .....	452
8.7.6. Упругая постоянная $C_{33}$ .....	457
8.7.7. Продольная мода $L[Y]$ .....	459
8.7.8. Особенности определения упругой постоянной $C_{66}$ .....	464
8.7.9. Поперечная мода $T[YZ]$ .....	469
8.7.10. Особенности распространения поперечных мод $T[X,\varphi]$ и $T[X, \varphi+90]$ .....	472



8.7.11. Использование скоростей поперечных волн, распространяющихся вдоль оси $X$ , для расчета модуля постоянной $ C_{14} $ .....	478
8.7.12. Свойства упругих волн, скорости которых используют для расчета упругой постоянной $C_{13}$ .....	480
8.7.13. Особенности определения упругой постоянной $C_{13}$ .....	484
8.7.14. Положительный октант: квазипродольная мода $L [\theta = 45^\circ]$ ....	487
8.7.15. Положительный октант: быстрая квазипоперечная волна $V_{11}$ .....	489
8.7.16. Положительный октант: медленная квазипоперечная волна	490
8.7.17. Отрицательный октант: квазипродольная мода $L [\theta = -45^\circ]$	494
8.7.18. Отрицательный октант: поперечные скорости .....	496
8.8. Решеточные значения упругих постоянных гематита .....	498
8.8.1. Упругие постоянные $C_{11}$ и $C_{33}$ .....	500
8.8.2. Упругая постоянная $C_{44}$ , рассчитанная из скоростей поперечных волн, распространяющихся вдоль оси $Z$ .....	502
8.8.3. Упругая постоянная $C_{66}$ .....	509
8.8.4. Упругая постоянная $C_{12}$ .....	514
8.8.5. Расчет упругой постоянной $C_{44}$ из скоростей поперечных волн с волновым вектором $k \parallel X$ .....	514
8.8.6. Расчет упругой постоянной $C_{44}$ из скоростей упругих волн с волновым вектором $k \parallel X$ .....	520
8.8.7. Упругая постоянная $C_{14}$ .....	523
8.8.8. Упругая постоянная $C_{13}$ .....	523
8.9. Решеточные упругие характеристики гематита .....	524
8.10. Упругая анизотропия гематита .....	527
8.11. Упругие характеристики поликристаллического гематита .....	528
Выводы .....	532
Список литературы к гл. 8 .....	537
<b>Глава 9. Упругие свойства изумруда и аквамарина .....</b>	<b>543</b>
9.1. Кристаллическая структура и сведения об упругих свойствах минерала берилла .....	543
9.2. Образцы и метод исследования .....	544
9.3. Особенности определения упругих постоянных берилла ультразвуковым методом .....	544
9.4. Скорости упругих волн .....	548
9.5. Расчет упругих постоянных .....	549
9.6. Решеточные значения упругих характеристик изумруда, аквамарина и марганцевого берилла .....	553
9.6.1. Упругие постоянные и упругие податливости .....	553
9.6.2. Сравнение с литературными данными .....	554



9.7. Упругие постоянные и кристаллическая структура кольцевых силикатных минералов .....	555
Выводы .....	558
Список литературы к гл. 9 .....	558
<b>Глава 10. Упругие свойства редчайшего минерала еремеевита .....</b>	<b>560</b>
10.1. Внутренняя структура еремеевита и постановка задачи исследования упругих свойств.....	560
10.2. Образцы и метод исследования.....	562
10.3. Особенности определения упругих постоянных еремеевита ультразвуковым методом.....	564
10.4. Решеточные значения упругих постоянных и упругих податливостей .....	569
10.5. Объемная сжимаемость, модуль Юнга и коэффициент Пуассона еремеевита .....	573
10.6. Упругая анизотропия еремеевита .....	575
Выводы .....	578
Список литературы к гл. 10.....	578
<b>Глава 11. Определение упругих постоянных кубических минералов со сложной внутренней структурой на примере магнетита .....</b>	<b>580</b>
11.1. Кристаллическая структура и магнитные свойства .....	581
11.2. Упругая релаксация в магнетите.....	586
11.3. Упругие свойства магнетита (обзор) .....	592
11.4. Экспериментальные исследования упругих свойств магнетита.....	597
11.4.1. Постановка задачи и условия эксперимента .....	597
11.4.2. Образцы и метод исследования .....	600
11.4.3. Влияние химического состава на упругие постоянные магнетита.....	602
11.4.4. Решеточные значения упругих постоянных магнетита .....	607
11.5. Упругие характеристики поликристаллического магнетита .....	609
Выводы .....	610
Список литературы к гл. 11 .....	611
<b>Заключение .....</b>	<b>614</b>