

УДК 621.37/.39(075.8)

ББК 32.841

Б89

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук, профессор *Ю. С. Радченко* (Воронежский государственный университет); доктор техн. наук, доцент *В. И. Джиган* (Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники»)

Брюханов Ю.А.

Б89 Динамика цифровых колебательных систем. Учебное пособие для вузов. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Горячая линия – Телеком, 2021. – 142 с.: ил.

ISBN 978-5-9912-0829-1.

Изложена теория колебаний цифровых систем первого и второго порядков. Приведен математический аппарат, основанный на теории точечных отображений. Рассмотрены линейные и обусловленные переполнением и квантованием нелинейные свободные колебания и колебания при постоянном и гармоническом входных воздействиях. В третьем издании первый раздел дополнен разработанным автором методом анализа вынужденных колебаний в цифровых динамических системах при периодических входных воздействиях, а второй, четвертый и пятый разделы расширены вопросами, посвященными нелинейным искажениям гармонических сигналов в рекурсивных динамических системах с переполнением и квантованием. Результаты анализа проиллюстрированы траекториями движений, бифуркационными и вероятностными диаграммами.

Для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Радиофизика», будет полезно студентам, обучающимся по укрупненной группе направлений подготовки 11.00.00 – «Электроника, радиотехника и системы связи».

ББК 32.841

*Адрес издательства в Интернет [www.techbook.ru](http://www.techbook.ru)*

Тиражирование книги начато в 2020 г.

*Все права защищены.*

*Любая часть этого издания не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения правообладателя*

© ООО «Научно-техническое издательство «Горячая линия – Телеком»

[www.techbook.ru](http://www.techbook.ru)

© Ю. А. Брюханов

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	3
<b>1. Математический аппарат</b> .....	6
1.1. Основы теории точечных отображений .....	6
1.1.1. Сущность метода точечных отображений .....	6
1.1.2. Кратные циклы точечного отображения .....	9
1.1.3. Закономерности, вытекающие из теорем о существовании и единственности кратных циклов одномерного точечного отображения .....	11
1.2. Устойчивость состояний равновесия, устойчивость периодических движений .....	12
1.3. Метод анализа вынужденных колебаний в цифровых динамических системах при периодических входных воздействиях .....	14
1.3.1. Вынужденные колебания .....	15
1.3.2. Нелинейные искажения гармонических сигналов .....	16
1.3.3. Избирательные свойства динамической системы .....	17
Контрольные вопросы .....	17
<b>2. Динамика цифровых рекурсивных систем первого порядка</b> .....	19
2.1. Исходные положения .....	19
2.2. Свободные колебания в линейной автономной системе .....	20
2.3. Свободные колебания в нелинейной автономной системе .....	24
2.3.1. Исходные положения .....	24
2.3.2. Характеристика сумматора с насыщением .....	24
2.3.3. пилообразная характеристика сумматора .....	26
2.4. Колебания при постоянном входном воздействии .....	28
2.4.1. Колебания в линейной системе .....	29
2.4.2. Колебания в нелинейной системе .....	30
2.5. Вынужденные колебания в линейной системе при гармоническом воздействии .....	38
2.6. Вынужденные колебания в нелинейной системе при гармоническом воздействии .....	42
2.6.1. Вынужденные колебания .....	42

2.6.2. Нелинейные искажения гармонических сигналов . . . . .	44
2.6.3. Избирательные свойства нелинейной системы . . . . .	45
Контрольные вопросы . . . . .	46
<b>3. Динамика линейного цифрового осциллятора . . . . .</b>	<b>49</b>
3.1. Исходные положения . . . . .	49
3.2. Свободные колебания . . . . .	49
3.2.1. Общая теория . . . . .	49
3.2.2. Корни характеристического уравнения вещественные с модулем меньшим единицы . . . . .	51
3.2.3. Корни характеристического уравнения вещественные с модулем большим единицы . . . . .	55
3.2.4. Корни характеристического уравнения вещественные. Один из корней по модулю больше, а другой — меньше единицы . . . . .	58
3.2.5. Корни характеристического уравнения комплексно сопряженные с модулем меньшим единицы . . . . .	61
3.2.6. Корни характеристического уравнения комплексно сопряженные с модулем большим единицы . . . . .	63
3.2.7. Бифуркационная диаграмма состояний равновесия . . . . .	63
3.2.8. Корни характеристического уравнения комплексно сопряженные с модулем равным единице . . . . .	65
3.3. Вынужденные колебания при гармоническом воздействии . . . . .	70
3.3.1. Частотная характеристика . . . . .	71
3.3.2. Анализ резонансных законов . . . . .	75
Контрольные вопросы . . . . .	78
<b>4. Колебания в нелинейных рекурсивных системах второго порядка . . . . .</b>	<b>81</b>
4.1. Свободные колебания. Методика анализа . . . . .	81
4.2. Свободные колебания в системе с нелинейностью с насыщением . . . . .	83
4.3. Свободные колебания в системе с пилообразной нелинейностью . . . . .	95
4.3.1. Колебания с периодом $T = 1$ . . . . .	95
4.3.2. Колебания с периодом $T = 2$ . . . . .	97
4.3.3. Колебания с периодом $T = 3$ . . . . .	98
4.3.4. Колебания с широким спектром периодов. Хаотические колебания . . . . .	100
4.4. Вынужденные колебания в нелинейной системе при гармоническом воздействии . . . . .	102
4.4.1. Вынужденные колебания . . . . .	102

4.4.2. Нелинейные искажения гармонических сигналов .....	104
4.4.3. Избирательные свойства нелинейной системы .....	105
Контрольные вопросы .....	107
<b>5. Динамика рекурсивных систем с учетом эффектов квантования .....</b>	<b>109</b>
5.1. Методика анализа свободных колебаний и колебаний при постоянном входном воздействии в рекурсивной системе первого порядка.....	110
5.2. Свободные колебания в рекурсивной системе первого порядка .....	111
5.2.1. Коэффициент $b_1 > 0$ .....	112
5.2.2. Коэффициент $b_1 < 0$ .....	115
5.3. Колебания в рекурсивной системе первого порядка при постоянном входном воздействии .....	119
5.3.1. Коэффициент $b_1 > 0$ .....	119
5.3.2. Коэффициент $b_1 < 0$ .....	122
5.4. Вынужденные колебания в системе первого порядка при гармоническом входном воздействии .....	125
5.4.1. Вынужденные колебания .....	125
5.4.2. Нелинейные искажения гармонического сигнала .....	127
5.4.3. Избирательные свойства системы с квантованием ....	127
5.5. Вынужденные колебания в системе второго порядка при гармоническом входном воздействии .....	128
5.5.1. Вынужденные колебания .....	129
5.5.2. Нелинейные искажения гармонических сигналов .....	130
5.5.3. Избирательные свойства системы с квантованием ....	131
Контрольные вопросы .....	132
<b>Литература .....</b>	<b>135</b>
<b>Приложение .....</b>	<b>137</b>