

УДК 537.8(075)  
ББК 22.331+22.334.1я73  
Э45

Авторы:

*В. И. Горбунков, Е. П. Жилenko,  
Д. А. Поляков, К. Р. Сайфутдинов*

Рецензенты:

*А. А. Кузнецов, д-р техн. наук, проф.,  
зав. кафедрой «Теоретическая электротехника»  
Омского государственного университета путей сообщения;  
В. И. Соломонов, д-р физ.-мат. наук, проф. каф. «Электрофизика»  
Уральского федерального университета (г. Екатеринбург),  
ведущий научный сотрудник лаборатории квантовой электроники  
Института электрофизики УО РАН*

Э45 **Электро- и магнитостатические поля в прикладных задачах : учеб.**  
пособие / В. И. Горбунков, Е. П. Жилenko, Д. А. Поляков, К. Р. Сайфутдинов ; Минобрнауки России, Ом. гос. техн. ун-т. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2022. – 144 с. : ил.

ISBN 978-5-8149-3508-3

Рассматриваются решения прикладных задач электро- и магнитостатики, корректной постановки граничных задач с использованием уравнений Лапласа и Пуассона. Приводятся численные методы интегрирования уравнений.

Предназначено для студентов энергетического института ОмГТУ, слушателей курсов дополнительного образования, обучающихся по электротехническим специальностям и направлениям: 13.03.02 «Электроэнергетика и электротехника», 13.05.01 «Тепло- и электрообеспечение специальных технических систем и объектов», 13.05.02 «Специальные электромеханические системы».

УДК 537.8(075)  
ББК 22.331+22.334.1я73

*Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Омского государственного технического университета*

ISBN 978-5-8149-3508-3

© ОмГТУ, 2022

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|  |    |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ.....  | 3  |
| 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ   |    |
| В ИНТЕГРАЛЬНОЙ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ФОРМЕ .....  | 4  |
| 1.1. Векторы электромагнитного поля.....   | 4  |
| 1.2. Закон полного тока. Первое уравнение Максвелла .....  | 5  |
| 1.3. Закон электромагнитной индукции. Второе уравнение Максвелла.....                            | 7  |
| 1.4. Теорема Гаусса и постулат Максвелла.....  | 9  |
| 1.5. Истоки электрического поля .....  | 14 |
| 1.6. Принцип непрерывности магнитного потока .....   | 15 |
| 1.7. Полная система уравнений электромагнитного поля .....                                       | 18 |
| 1.8. Классификация электромагнитных явлений.....   | 19 |
| 2. ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ .....   |    |
| 2.1. Основные уравнения электростатического поля.....  | 21 |
| 2.2. Скалярный потенциал электрического поля.....  | 22 |
| 2.3. Силовые линии и эквипотенциальные поверхности.....  | 26 |
| 2.4. Определение поля и потенциала по известному распределению заряда...27                       |    |
| 2.4.1. Поле точечного заряда .....   | 27 |
| 2.4.2. Поле поверхностного распределения зарядов.....  | 29 |
| 2.4.3. Потенциал поверхностного распределения зарядов.....                                       | 32 |
| 2.4.4. Потенциал линейного распределения заряда .....  | 33 |
| 2.5. Уравнения Пуассона и Лапласа.....   | 34 |
| 2.6. Условия на границе раздела двух сред с различными<br>диэлектрическими проницаемостями ..... | 37 |
| 2.7. Поле внутри проводящего тела .....  | 41 |
| 2.8. Условия на границе проводящего тела и диэлектрика .....                                     | 42 |
| 2.9. Задачи электростатики и методы их решения .....   | 43 |
| 2.10. Плоскопараллельное поле.....   | 44 |
| 2.11. Исследование электростатических полей системы заряженных тел .....                         | 45 |

|  |    |
|--|----|
| 3. РАСЧЁТ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЁМКОСТИ .....  | 50 |
| 3.1. Ёмкость .....   | 50 |
| 3.2. Поле и ёмкость двухпроводной линии .....  | 50 |
| 3.3. Поле и ёмкость параллельных несоосных цилиндров.....  | 53 |
| 3.4. Метод зеркальных изображений.....   | 53 |
| 3.5. Ёмкость двухпроводной линии передачи с учётом влияния земли .....                             | 54 |
| 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА .....   | 60 |
| 4.1. Система уравнений электромагнитного поля.....   | 60 |
| 4.2. Закон Ома в дифференциальной форме .....  | 61 |
| 4.3. Дифференциальная форма закона Джоуля – Ленца.....   | 63 |
| 4.4. Электрическое поле в диэлектрике, окружающем проводники<br>с постоянным током .....           | 63 |
| 4.5. Граничные условия на поверхности раздела двух проводников,<br>находящихся в диэлектрике ..... | 64 |
| 4.6. Электрическое поле в проводящей среде .....   | 65 |
| 4.7. Условия на границе раздела двух проводящих сред .....   | 66 |
| 4.8. Аналогия электрического поля с электростатическим полем .....                                 | 68 |
| 4.9. Ток утечки в кабеле и сопротивление изоляции кабеля.....                                      | 70 |
| 4.10. Поле полусферического заземлителя. Шаговое напряжение .....                                  | 71 |
| 5. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ ПОСТОЯННОГО ТОКА.....  | 75 |
| 5.1. Основные уравнения. Скалярный потенциал магнитного поля .....                                 | 75 |
| 5.2. Векторный потенциал магнитного поля .....   | 77 |
| 5.3. Выражение магнитного потока через векторный потенциал .....                                   | 80 |
| 5.4. Условия на границе раздела двух сред с различными магнитными<br>проницаемостями.....          | 81 |
| 5.5. Аналогия с электростатической задачей.....  | 83 |
| 5.6. Задачи и методы расчёта электрических и магнитных полей .....                                 | 84 |
| 5.7. Магнитное поле вблизи поверхности ферромагнитных тел.....                                     | 85 |
| 5.8. Магнитное экранирование.....  | 85 |
| 5.9. Энергия магнитного поля .....   | 86 |

|   |     |
|---|-----|
| 5.10. Механические силы в магнитном поле.   |     |
| Тяговое усилие электромагнита .....   | 89  |
| 6. РАСЧЁТ ИНДУКТИВНОСТЕЙ .....  | 93  |
| 6.1. Взаимная индуктивность двух круговых контуров .....                                  | 93  |
| 6.2. Индуктивность одиночного провода круглого сечения .....                              | 97  |
| 6.3. Моделирование магнитного поля .....  | 101 |
| 7. ПЕРЕМЕННОЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ .....   | 104 |
| 7.1. Полная система уравнений для исследования процессов<br>в электромагнитном поле ..... | 104 |
| 7.2. Переменное электромагнитное поле в проводящей среде .....                            | 104 |
| 7.3. Теорема Умова – Пойнтинга .....  | 106 |
| 7.4. Теорема Умова – Пойнтинга в комплексной форме записи .....                           | 114 |
| 7.5. Плоская электромагнитная волна .....   | 115 |
| 7.6. Плоская волна в проводящей среде .....   | 119 |
| 7.7. Глубина проникновения и длина волны.....   | 121 |
| 7.8. Поверхностный эффект.....  | 123 |
| 7.9. Эффект близости.....   | 125 |
| ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....  | 126 |
| Вопросы для самопроверки .....  | 127 |
| БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....  | 128 |
| Приложение 1. Векторные операции в различных системах координат .....                     | 130 |
| Приложение 2. Листинг программы .....   | 132 |
| Приложение 3. Катушка со стальным сердечником .....                                       | 133 |
| Приложение 4. Действие вихревого электрического поля .....                                | 138 |